

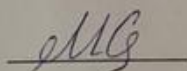
**ҚОЖА АХМЕТ ЯСАУИ АТЫНДАҒЫ ХАЛЫҚАРАЛЫҚ ҚАЗАҚ-ТҮРІК
УНИВЕРСИТЕТІ****Жаратылыстану факультеті**

ӘОК 519.6; 539.3

Қолжазба құқығында

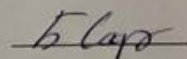
Құттыбай Қалдығыз Кәрімқызы**ТІК БҰРЫШТЫ ДЕНЕДЕ СЕРПІНДІ ТОЛҚЫНДАР ТАРАЛУЫНЫҢ
МАТЕМАТИКАЛЫҚ ЖӘНЕ КОМПЬЮТЕРЛІК МОДЕЛІН ҚҰРУ**7М06129-Математикалық және компьютерлік модельдеу білім беру
бағдарламасы бойынша техника ғылымдарының магистрі дәрежесін алу үшін
магистрлік диссертация

Ғылыми жетекшілері:



ф.-м.ғ.к., профессор м.а.

Сұлтанов М.А

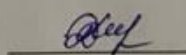


PhD, аға оқытушы

Саренов Б.Т.

Магистрлік диссертация қорғауға жіберілді: « 26 » 05 2021 ж.

Кафедра меңгерушісі:



техн.ғ.к., доцент Қошанова М.Д.



Түркістан, 2021ж.

МАЗМҰНЫ

КІРІСПЕ	3
1 Серпінділік теориясының қозғалыс теңдеулері. Серпінді толқындар динамикасының математикалық моделін құру әдістері	16
1.1 Математикалық модельдеудің түсінігі	16
1.2 Тікбұрышты серпінді дененің динамикалық кернеулі жағдайы. Есептің қойылымы	19
1.3 Серпінділіктің сызықтық теориясының кейбір ұғымдар мен негізгі теңдеулері	20
1.4 Бихарактеристика және олардың шарттары	27
1.5 Айырымдық теңдеулер	31
1.6 Сандық шешімнің дәлдігі мен тұрақтылығы	35
2 Тікбұрышты серпінді дененің сыртқы күштердің әсер етуінің кейбір жағдайлары	38
2.1 Компьютерлік модельдеу. Бағдарлама қойылымы	38
2.2 Тікбұрышты серпінді дененің динамикалық кернеулі жағдайы. Есепті талдау	49
2.2 Бүйірлік импульстік қысым кезіндегі серпінді жартылай сызықтардың динамикалық кернеулі күйі. Есепті талдау	55
ҚОРЫТЫНДЫ	61
ПАЙДАЛАНҒАН ӘДЕБИЕТТЕР	62
ҚОСЫМША	65

КІРІСПЕ

Тақырыптың өзектілігі: Тұтас ортада толқынның таралуынан пайда болатын динамикалық күштердің әсерін, кеңістік-уақыт кескініндегі кернеулік жағдайын толық зерттемей, анықтау мүмкін емес. Сондықтан, деформацияланатын қатты дене механикасы мен айрымдар теориясының әдістерімен стационар емес процесстерді зерттеу өзекті мәселе болып табылады. Қатты деформацияланатын денелердегі динамикалық процестерді зерттеу қазіргі кезде теориялық және практикалық қызығушылық тудыратын механиканың өзекті мәселелерінің бірі болып табылады.

Тік бұрышты денеде серпінді толқындардың таралуы кезінде болатын объектінің кернеулі жағдайының толық көрінісін зерттемей динамикалық күшті анықтау мүмкін емес. Сондықтан қатты дене механикасындағы анықталмаған процестерді зерттеу қазіргі уақытта үлкен маңызға ие. Динамикалық күш түсірілуі кезіндегі біртекті серпінді ортадағы кернеу толқындарының таралуын анықтау мен айрымдар теориясы әдістері арқылы стационар емес процесстерді зерттеу өзекті мәселе болып табылады. Дұрыс шешімін тапқан есеп құрылыс пен технология жұмысының беріктігі мен сенімділігін бағалауға көмектеседі.

XIX ғасырда серпінділік теориясының динамикалық мәселелерімен Лагранж, Пуассон, Остроградский, Стокс, Сен-Венан, Релей, т.б. айналысты. Олар тербелістер туралы жалпы түсініктердің негізін қалады. Ғылымның дамуына зерттеуші Б.Голицын, Вихер және Малин елеулі үлес қосты [1].

Серпінділік теориясы - физиканың әсерінен пайда болатын қатты дененің деформациясын және пайда болатын ішкі күштерді тыныштықта да, қозғалыс күйінде де зерттейтін механика бөлімі. Ғылымның қазіргі жағдайы нақты денелердің барлық құрылымдық ерекшеліктерін ескере отырып есептеудің жалпы әдістерін жасауға болады. Сондықтан серпінділіктің сызықтық теориясы өзінің барлық тұжырымдарын деформацияланатын қатты дененің белгілі бір моделіне негіздейді. Мұндай модель – бұл идеал (тамаша, мінсіз) серпінді дене. Осы модельге берілген негізгі қасиеттерді қарастырыңыз.

Идеал серпінді дене жеткілікті серпінді деп қабылданады. Толық серпінділік деп қатты денелердің сыртқы физикалық әсерлер жойылғаннан кейін бастапқы пішіні мен көлемін толығымен қалпына келтіру қасиеті түсініледі. Бастапқы күй жүктеме болмаған кезде денеде стресс пайда болмайтындай қабылданады. Дененің бұл күйін әдетте табиғи деп атайды. Табиғи жағдай туралы болжам бастапқы стресстерді қарастырудан шығарады, олардың табиғаты мен шамасы, әдетте, белгілі емес және организмнің тарихына байланысты [2].

Серпінділіктің динамикалық теориясының есептерінің аналитикалық шешімдері алынған жұмыстарға қысқаша талдау жасау олардың өте күрделі екендігін көрсетеді және оларды жүктеме қолданылатын жерден шексіз үлкен уақыттарда ғана, ал жақын нүктелер үшін шексіз аз зерттеуге болады. майдандар. Талдау әдістері, әдетте, шекара шарттары түрінде белгілі шектеулермен қарапайым геометриялық фигураның домендері үшін есептердің

кең ауқымын шешуге мүмкіндік берді. Бұл оларды практикалық есептеулерде қолдану мүмкіндігін едәуір қысқартады. Сонымен бірге аналитикалық шешімдердің жуық және сандық әдістер негізінде алынған нәтижелердің дәлдігі мәселесін зерттеуде маңызы зор.

Тұрақсыз толқын өрістерін анықтау мәселесі ең қиын және шешілмейтін мәселелердің бірі болып табылады. Деформацияланатын денеде стационарлық емес сыртқы әсерлер кернеу толқындарын тудырады, олар таралуы шекаралық беттерден көрінеді. Бірнеше суперпозиция нәтижесінде күрделі дифракциялық өріс пайда болады, оны есептеу күрделі математикалық қиындықтарды тудырады. Стационарлық емес серпімділік теориясының мәселелерін аналитикалық шешімдерді іздеу зерттеушілерді жүз жылдан астам уақыт бойы жүргізіп келе жатқанына қарамастан, қазіргі кезде қанағаттанарлық шешім қабылдаған проблемалардың шектеулі класын ғана көрсетуге болады [3].

Серпімді дененің динамикалық мінез – құлқын сипаттайтын теңдеулер жүйесінің күрделілігі қазіргі кезде есептердің толық және жеткілікті дәл шешімін көп жағдайда тек жоғары жылдамдықты компьютерлердің көмегімен сандық әдістермен алуға болатындығының себебі болып табылады. Соңғы жағдай соңғы жиырма жыл ішінде әртүрлі түрлендірулерде интенсивті түрде дамуға түрткі болды (ақырлы айырмашылықтар әдісі, бөлшек қадамдар, кеңістіктік сипаттамалар, ақырлы элементтер, шекаралық интегралдық теңдеулер, артта қалған потенциалдар және т.б.), олар серпімділік динамикалық теориясының есептерін сандық шешу үшін қолданылады. Мұнда алгоритмдерді сандық енгізудің жаңа мүмкіндіктері де, аналитикалық зерттеулерге мүмкіндік бермейтін бірқатар нақты есептерді шешу қажеттіліктері де ескеріледі [4 - 6].

Толқындар динамикасы саласында жасалған жұмыстарға шолу жасай отырып, осы сатыдағы динамиканың екі өлшемді есептерін шешу әдістері әлі аяқталмағанын көрсетуге болады. Олар тек тікбұрыштардан, цилиндрлерден және кеңістіктен тұратын есептеу домендері үшін, сондай-ақ жеткілікті түрде өзгертін шекара мен бастапқы шарттар үшін толығымен талданады.

Динамикалық жүктемелер кезінде денелердің жүріс-тұрыс заңдылықтарын мүмкіндігінше толық ашуға ұмтылу әр түрлі математикалық әдістерді жетілдіруге ықпал етті. Есептеу технологиясының сапалық жағынан өзгерген деңгейінде осындай есептерді шешудің сандық әдістері - ақырлы айырмашылық әдісі, бөлу әдісі және кеңістіктік сипаттамалар әдісі ең перспективалы болып табылады [7].

Стационарлы емес толқынды өрістерді анықтау міндеті күрделі және қиын шешілетін есептер қатарына жатады. Деформацияланатын денедегі стационарлы емес сыртқы әсерлер шеткі нүктеден бастап кернеу толқындарын тудырады. Көптеген суперпозицияның нәтижесінде күрделі дифракциялық өріс пайда болады, оны есептеу ауқымды математикалық қиындықтарды тудырады. Серпінділіктің стационарлы емес теориясы есептерінің аналитикалық шешімдерін іздеу жұмыстарымен зерттеушілердің жүз жылдан астам уақыт айналысып жатқанына қарамастан, қазіргі уақытта шешімінің нәтижесі қанағаттанарлық есептердің шектеулі түрін ғана көрсетуге болады.

Зерттеу жұмысының мақсаты: Тік бұрышты денеде серпінді толқындардың әсерін зерттеу үшін серпінді толқындар таралуы мен дифракция процестерінің математикалық және компьютерлік моделін құру

Зерттеу жұмысының негізгі міндеттері: Деформацияланатын қатты дене механикасы және айырымдар теориясының әдістерімен, серпінді толқындар динамикасының есебін шешу алгоритмін құру, модель бойынша есептеу тәжірибелерін жүргізу және нәтижесін талдау.

Зерттеу әдістері: Жұмысты орындау барысында математикалық және компьютерлік моделдерді құру үшін тұтас орта қозғалысы мен Гук заңының дифференциалдық теңдеулері және бихарактеристикалық әдіс қолданылады. Математикалық физика теңдеулерін шешу әдістері, есептеу математикасы әдістері, айырымдық схемалар теориясы және математикалық модельдеу әдістері, сондай-ақ заманауи қолданбалы математикалық жүйелер пайдаланылады.

Аналитикалық шешімдер жуықталған немесе сандық әдістер негізінде алынған нәтижелердің дәлдігін зерттеу үлкен мәселе тудырады. Серпінді дененің динамикалық күйін сипаттайтын теңдеулер жүйесін толық және дәл шешу көп жағдайда тез әрекет ететін ЭЕМ пайдалана отырып, сандық әдістермен ғана жүзеге асырылуы мүмкін. Осы жағдай салдарынан соңғы жиырма жылда серпінділік теориясының динамикалық есептерін сандық әдіспен шешу үшін пайдаланылатын әртүрлі әдістер (ақырлы айырымдар, бөлшек қадамдар, кеңістіктік характеристикалар, ақырлы элементтер, шекаралық интегралды теңдеулер және басқа да әдістер) қарқынды дамыды. Алгоритмдерді сандық әдіспен жүзеге асырудың жаңа мүмкіндіктері де, аналитикалық зерттеуге келмейтін бірқатар нақты міндеттерді шешу қажеттілігі детуындады [7 - 14].

Ақырлы айырымдар әдісімен серпінді толқындардың тұтас ортада таралуы туралы есептер шешілді және оларды шешудің дәлдігі бағаланды. Нақтырақ айтқанда, серпінді жартылай кеңістік шекарасына кенеттен пайда болған күштің әсер етуі туралы есептің айырымдық және нақты шешімін салыстыру келтіріледі. Характеристикалық жазықтықты пайдалануға және олардың үйлесімділігіне негізделген ақырлы айырымдар әдісі белгілі артықшылықтарға ие. Олар айырымдық және бастапқы дифференциалдық теңдеулердің тәуелділік аймағын барынша жақындатады, тегіс және айырымдық шешімдерді есептеу кезінде жоғары дәлдікті береді, шекараны және жазықтықты дұрыс есептеуге мүмкіндік береді [15].

Соңғы жылдары ақырлы элементті аппроксимацияға негізделген динамикалық есептерді шешу әдістері дами бастады. Ақырлы элементтер әдісінде (АЭӘ) қарапайым амалды қолдану арқылы күрделі матрицалы қарапайым дифференциалдық теңдеулер жүйесін алуға болады. Ары қарай күрделі матрицаны интегралдау қадамын орындау қажет.

Серпінділік теориясының динамикалық есептерін шешу үшін шекаралық интегралды теңдеулер (ШЕТ) әдісін қолдануға болады. Бұл әдіс есептің өлшемін бір бірлікке төмендетеді және АЭӘ қарағанда айырымдық нүктелердің анағұрлым аз санымен жүзеге асырылады.

1960 жылдары үш айнымалыға тәуелді дербес туындылы гиперболалық дифференциалдық теңдеулер жүйесін шешудің сандық әдісі ұсынылды, кейінірек осы әдіс жазықтықтағы серпінді толқындарды зерттеу үшін қолданылды. Бұл әдіс кеңістіктік характеристикалар әдісі деп аталды. Кеңістіктік характеристикалар әдісі зерттелетін физикалық құбылыстарды түсіндіруді жеңілдетті. Бұл әдісте динамикалық деформациялар гиперболалық жүйелер арқылы сипатталады, белгісіз функция ретінде орын ауыстыру жылдамдығы векторының компоненттері және кернеудің үш компонентінің сызықтық комбинациясы алынған [2, 7, 14].

Толқындар динамикасы есептерін шешуге бағытталған жұмыстарға шолу жасай отырып, динамиканың екі өлшемді есептерін шешу әдістері толық шешілмегенін байқауға болады. Салыстырмалы түрде қарағанда, тек қана тікбұрыштардан, цилиндрлерден құралған есептеу облысы және кеңістік үшін жүргізілген, шекаралық және бастапқы шарттар аз шамада өзгертін есептер ғана талданды.

Динамикалық күш түсірілген кезде дене күйінің заңдылықтарын толық ашуға ұмтылу әртүрлі математикалық әдістерді жетілдіруге ықпал етті. Есептеу техникасының сапалық жағынан өзгерген деңгейінде мұндай есептерді шешудің сандық әдістері – ақырлы айырымдар әдісі, өлшемдерді ыдырату әдісі және кеңістіктік характеристикалар әдісі анағұрлым тиімді болды [6, 10].

Динамикалық жүктеме режимінде жұмыс жасайтын әртүрлі технология салаларында, технологиялық өңдеулерде және т.б. құрылымдық элементтердің кеңінен қолданылуына байланысты кернеулер-деформация күйінің динамикалық әсерін сапалы және сандық талдау қажеттілігі артады. Динамикалық жүктемелердің нәтижесінде оларда серпінді толқындар пайда болады, оларды сенімді есептеу бүкіл құрылым мен технологияның беріктігі мен сенімділігін бағалауға көмектеседі.

Мәселен, статика мәселелерінде біртекті денелердегі кернеулердің концентрациясын зерттеуге көп көңіл бөлінеді және оны шешуге көптеген жұмыстар арналған. Динамикалық әсер кезінде бұл мәселелер аз дәрежеде зерттелді, дегенмен динамикалық жүктеме кезінде кернеулердің концентрациясы мәселелері статикалық сияқты маңызды болып табылады [7].

Жарияланымдар туралы мәліметтер. Диссертацияны жазу барысында алынған нәтижелер 2 жұмыста жарияланды:

1. Сарсенов Б.Т., Қ.К.Құттыбай. Қатты денедегі толқындық процестердің компьютерлік моделін құру // Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университетінің хабарлары (математика, физика, информатика сериясы) № 4(15) 2020 ж.

2. Сарсенов Б.Т., Қ.К.Құттыбай. Тікбұрышты серпінді дененің динамикалық кернеулі жағдайы // «ЗАМАНАУИ ҒЫЛЫМИ ЗЕРТТЕУЛЕР: ӨЗЕКТІ МӘСЕЛЕЛЕР, ЖЕТІСТІКТЕР МЕН ИННОВАЦИЯ» атты халықаралық ғылыми-тәжірибелік онлайн конференциясының МАТЕРИАЛДАРЫ 26-27 сәуір 2021 жыл.

Жұмыстың құрылымы мен көлемі: Диссертациялық жұмыс қазақ тілінде қолмен теріліп жазылған және кіріспеден, тарауларға бөлінген екі бөлімнен,

қорытындыдан, пайдаланған әдебиеттер тізімінен, қосымшадан тұрады. 73 бет мәтіннен, 30 сурет пен 39 пайдаланған әдебиеттер тізімінен тұрады.

Диссертациялық жұмыстың қысқаша мазмұны: Математикалық модельдеу объектілерді зерттеуге мүмкіндік береді, олар бойынша нақты тәжірибелер қиын немесе мүмкін емес (қымбат, денсаулыққа қауіпті, физикалық немесе уақыт шектеулеріне байланысты мүмкін болмайтын бір реттік процестер - олар алыс, немесе әлі жоқ және т.б.). Деформацияланатын денедегі стационарлы емес сыртқы әсерлер шеткі нүктеден бастап кернеу толқындарын тудырады. Көптеген суперпозицияның нәтижесінде күрделі дифракциялық өріс пайда болады, оны есептеу ауқымды математикалық қиындықтарды тудырады. Серпінділіктің стационарлы емес теориясы есептерінің аналитикалық шешімдерін іздеу жұмыстарымен зерттеушілердің жүз жылдан астам уақыт айналысып жатқанына қарамастан, қазіргі уақытта шешімінің нәтижесі қанағаттанарлық есептердің шектеулі түрін ғана көрсетуге болады.

Шағын динамикалық деформацияларды сипаттайтын теңдеуді бірінші ретті дербес туындылы теңдеудің гиперболалық жүйесі түрінде жылдамдық векторының компоненті және кернеу тензоры түрінде ұсынуға болады.

Өлшемсіз шамаларды біріктіргеннен кейін, қозғалыс теңдеуі

$$\sigma_{i\beta,\beta} + F_i = \rho \dot{v}_i, \quad i = 1, 2 \quad (0.1)$$

және жалпыланған Гук заңының

$$\sigma_{ij} = \lambda u_{\beta,\beta} \delta_{ij} + \mu(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad i, j = 1, 2 \quad (0.2)$$

уақыт бойынша туындыларын келесі түрде жазамыз:

$$\begin{cases} \dot{v}_i = \sigma_{i\beta,\beta} + F_i \\ \dot{\sigma}_{ij} = \gamma_{ij} v_{i,j} + \gamma_{33} (v_{\beta,\beta} - v_{i,j}) \delta_{ij} + \gamma_{ji} v_{j,i} (1 - \delta_{ij}) \end{cases}, \quad (i, j, \beta = 1, 2) \quad (0.3)$$

(1.3.3) анықтаушы теңдеулер үшөлшемді кеңістіктегі (x_1, x_2, t) характеристикалық жазықтықтағы осьтер, уақыт осіне параллель осьтері бар гиперконустар болып табылатын тұрақты коэффициенттері бар бірінші ретті дифференциалдық теңдеулердің біртекті емес сызықты гиперболалық жүйесі болып табылады. Жүйені (0.3) характеристикалық конустар (0.4 - суретке сәйкес) арқылы сипаттауға болады. Біздің жағдайда бұл конустардың пайда болуы теңдеулердің бихарактеристикасына сәйкес келеді. Бихарактеристика дегеніміз - кез-келген екі характеристикалық беті жанасатын сызық.

Осы бихарактеристиканың теңдеуін және олардың шарттарын алу үшін екі өлшемді жүйені (0.3) бір өлшемді жүйелерге ыдыратамыз. Бұл әдіс көп өлшемді гиперболалық жүйелерді бір өлшемді гиперболалық жүйелерге

ыдырату туралы К.А.Багриновский мен С.К.Годуновтың идеясына сәйкес келеді [14, 15].

Егер $x_k = \text{const}$ ($k \neq j$) болса:

$$\begin{cases} \dot{v}_i - \sigma_{ij,j} = a_{ij} + F_i \\ \dot{\sigma}_{ij} - \lambda_{ij}^2 v_{i,j} = b_{ij} \end{cases} \quad (i, j = 1, 2) \quad (0.4)$$

онда

$$a_{ij} = \sigma_{i\beta,\beta} - \sigma_{ij,j}; \quad \lambda_{ij} = \sqrt{\gamma_{ij}}; \quad b_{ij} = \gamma_{33}(v_{\beta,\beta} - v_{i,j})\delta_{ij} + \gamma_{ji}v_{j,i}(1 - \delta_{ij}).$$

Жүйені (1.3.4) матрицалық түрде ұсынуға болады:

$$W^{ij}_{,t} + A^{ij}W^{ij}_{,j} = B^{ij} \quad (i, j = 1, 2)$$

онда $W^{ij} = (v_i, \sigma_{ij})$; $B^{ij} = (a_{ij} + F_i, b_{ij})$ – векторлар, A^{ij} – матрицаның анықтаушысы:

$$\det A^{ij} = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -\lambda_{ij}^2 & 0 \end{vmatrix} = -\lambda_{ij}^2$$

тең болады.

Бірінші бөлімде: Серпінділіктің сызықтық теориясының кейбір ұғымдары мен негізгі теңдеулері келтірілген. Анықтайтын теңдеулер алынып, өлшемсіз шамалар енгізілді.

Тікбұрышты декарттық координатадағы изотропты біртекті серпінді дене қарастырайық, оның жазық қимасы $0 \leq x \leq L_1$, $|x_2| \leq L_2$ болып табылады (0.1 суретке сәйкес). Бастапқы уақытта, дене тыныштық күйінде болады, яғни $t=0$

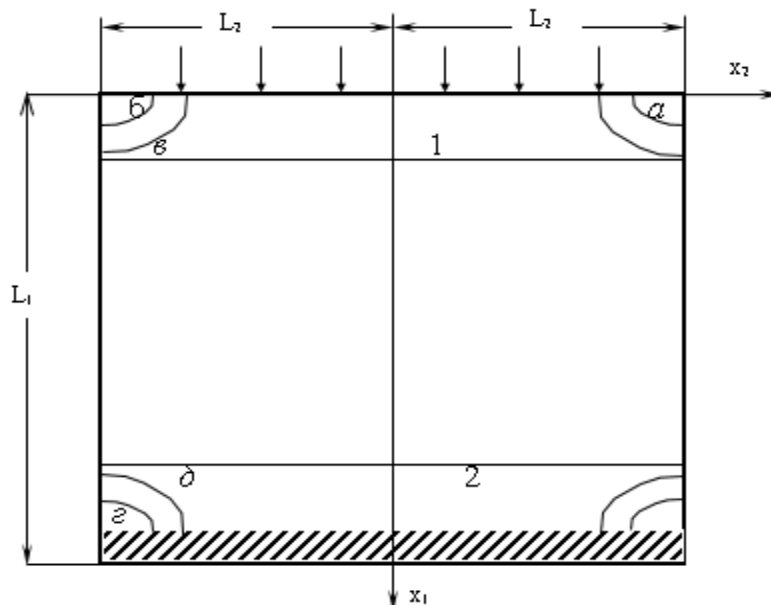
$$v_i = 0; \sigma_{ij} = 0, \quad (i, j = 1, 2).$$

Сонымен қатар, қарастырылып отырған шектікаймақ үшін шекаралық шарттар қойылады. t уақыты кезінде тіктөртбұрыштың жоғарғы шекарасы динамикалық ауытқуға ұшырайды, яғни $x_1 = 0$, $|x_2| \leq L_2$ кезінде:

$$\sigma_{11} = f(t), \quad \sigma_{12} = 0$$

Дененің бүйір шекараларына әсер ететін кернеу жоқ, яғни $|x_2| = L_2$, $0 \leq x_1 \leq L_1$ кезінде:

$$\sigma_{12} = 0, \quad \sigma_{22} = 0$$



0.1 Сурет – Есептік аумақ

Төменгі шекарасы қатты бекітілген, яғни $x_1=L_1, |x_2| \leq L_2$ кезінде

$$v_1=0, v_2=0.$$

$t>0$ кезінде қаралатын дененің ішіндегі толқын қозғалысын зерттеу қажет.

Бірінші бөлімнің екінші тармағында серпінділіктің сызықтық теориясының кейбір ұғымдар мен негізгі теңдеулері көрсетілген.

Барлық уақытта латын және грек индекстерін қолданатын боламыз. Екі рет қайталанатын грек индекстері бойынша қосу орындалады, ал екі рет қайталанатын латын индекстері бойынша қосу орындалмайды.

Орта қозғалысының дифференциалдық теңдеулерін механиканың негізгі екі заңы бойынша алуға болады. Олар: қозғалыс санының өзгеру заңы және қозғалыс санымоментінің өзгеру заңы. Бұл заңдылықтарды мына түрде жазуға болады:

$$\sigma_{i\beta,\beta} + F_i = \rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2}, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (0.5)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$$

мұндағы ρ – орта материалының тығыздығы, F_i – тиісті координаттық осьтерге көлемдік күштің проекциялары. Бұл жерде және одан әрі төменгі индекстердегі үтірден кейінгі индекспен кеңістіктік айнымалы бойынша туындылар белгіленеді, ал қайталанатын β индексі бойынша жинақтауды жүргізу қажет, яғни (0.5) формуланы былай түсіну керек:

$$\begin{cases} \sigma_{11,1} + \sigma_{12,2} + \sigma_{13,3} + F_1 = \rho \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} \\ \sigma_{21,1} + \sigma_{22,2} + \sigma_{23,3} + F_2 = \rho \frac{\partial^2 U_2}{\partial t^2} \\ \sigma_{31,1} + \sigma_{32,2} + \sigma_{33,3} + F_3 = \rho \frac{\partial^2 U_3}{\partial t^2} \\ \sigma_{12} = \sigma_{21}, \sigma_{13} = \sigma_{31}, \sigma_{23} = \sigma_{32} \end{cases} \quad (0.6)$$

Серпінділіктің классикалық теориясы деформациялар соншалықты аз, тіпті оларды шексіз аз деп айтуға болады деген түсінікке негізделеді. Деформацияланатын дененің әрбір өлшемімен салыстырғанда орын ауыстырудың тиісті векторлары кіші, ал координаттары бойынша бірінші туынды орын ауыстырулардың бірліктерімен салыстырғанда кіші деп жорамалданады.

Жоғарыда көрсетілген жорамалдарды пайдалана отырып, кіші деформация тензорының компоненті ε_{ij} Коши арақатынасымен ауысу векторының компоненттері арқылы анықталады:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i}), \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (0.7)$$

Кернеу тензорының компоненттері мен деформация тензорының компоненттері арасындағы сызықтық арақатынас келесі формуламен көрсетіледі:

$$\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (0.8)$$

мұнда λ , μ – Ламе тұрақтылары, δ_{ij} – Кронекер символы, θ – көлемдік деформация, ол мынаған тең: $\theta = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$.

Бұл формула Гук заңының кері формасы деп аталады [13].

Серпінділіктің динамикалық теориясының есебін шешу кезінде бастапқы және шекаралық шарттарды анықтап алу керек.

Егер орта шексіз болса, онда U_i^0 қозғалыс векторының проекциясының және есепті зерттеу басталатын t_0 уақыттың кейбір сәтінде дене нүктесінің v_i^0 жылдамдық векторының проекциясының есебіндегі бастапқы шарттар ғана қойылады:

$$\begin{aligned} U_i \Big|_{t=t_0} &= U_i^0(x_1, x_2, x_3) \\ \frac{\partial U_i}{\partial t} \Big|_{t=t_0} &= v_i^0(x_1, x_2, x_3) \end{aligned}, \quad (i = 1, 2, 3). \quad (0.9)$$

(1.2.1)-(1.2.3) есебін шешу барысында, бастапқы берілгендер (0.8) болса, бұл теңдеу Коши есебі деп аталады.

Коши есебін шешуге қарағанда шеттік есептерді шешуге тәжірибелік қызығушылық басым болып табылады, яғни соңғы өлшемдегі денелер қарастырылады және бастапқы шарттармен қатар осындай серпінді орталар үшін қандай да бір шекаралық шарттарды (0.9) қарастыру қажет. Серпінділік теориясының шеттік есептерін шешу кезінде үш негізгі шеттік есептер кездеседі [21].

Бірінші негізгі шеткі есеп денемен қамтылған, V ауданында U_i ауысу векторының үш проекциясын және σ_{ij} кернеудегі тензордың алты компонентін табудан тұрады, олар (0.5) - (0.6) теңдеулерін қанағаттандыруы тиіс және оның бетіндегі S ауданда келесі кинематикалық шекаралық шарттарды қанағаттандырады:

$$U_i = f_i(x_1, x_2, x_3, t). \quad (0.10)$$

Екінші негізгі шеткі есеп денемен қамтылған V ауданында U_i ауысу векторының үш проекциясында және σ_{ij} кернеудегі тензордың алты компонентін табудан тұрады, олар дененің ішіндегі (0.1) - (0.2) теңдеулерді қанағаттандыруы тиіс және оның S бетіндегі келесі шекаралық шарттарды қанағаттандырады:

$$\sigma_{ij} \bar{n}_i = p_j(x_1, x_2, x_3, t), \quad (0.11)$$

мұнда p_j - дененің S бетіндегі әрекет ететін берілген күштер проекциялары, n_i - сыртқа нормаль.

$$\sigma_{i\beta,\beta} + F_i = \rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2}, \quad (i = 1, 2, 3), \quad (0.12)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$$

қайталанатын β индексі бойынша жинақтауды жүргізу қажет, яғни (0.12) формуланы былай түсіну керек:

$$\begin{cases} \sigma_{11,1} + \sigma_{12,2} + \sigma_{13,3} + F_1 = \rho \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} \\ \sigma_{21,1} + \sigma_{22,2} + \sigma_{23,3} + F_2 = \rho \frac{\partial^2 U_2}{\partial t^2} \\ \sigma_{31,1} + \sigma_{32,2} + \sigma_{33,3} + F_3 = \rho \frac{\partial^2 U_3}{\partial t^2} \\ \sigma_{12} = \sigma_{21} \quad \sigma_{13} = \sigma_{31} \quad \sigma_{23} = \sigma_{32} \end{cases}$$

Егер орта шексіз болса, онда U_i^0 қозғалыс векторының проекциясының және есепті зерттеу басталатын t_0 уақыттың бастапқы сәтінде дене нүктесінің v_i^0 жылдамдық векторының проекциясының есебіндегі бастапқы шарттар ғана қойылады:

$$\begin{aligned} U_i \Big|_{t=t_0} &= U_i^0(x_1, x_2, x_3) \\ \frac{\partial U_i}{\partial t} \Big|_{t=t_0} &= v_i^0(x_1, x_2, x_3), \quad (i = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (0.13)$$

Бірінші бөлімнің үшінші, төртінші, бесінші тармақтарында серпінді толқындардың математикалық моделін құрудың әдістері туралы айтылған.

Жұмыстың екінші бөлімінде

Өлшемдік көлемдерге ауысу. Есептеулер өлшемсіз параметрлермен жүргізілгендіктен:

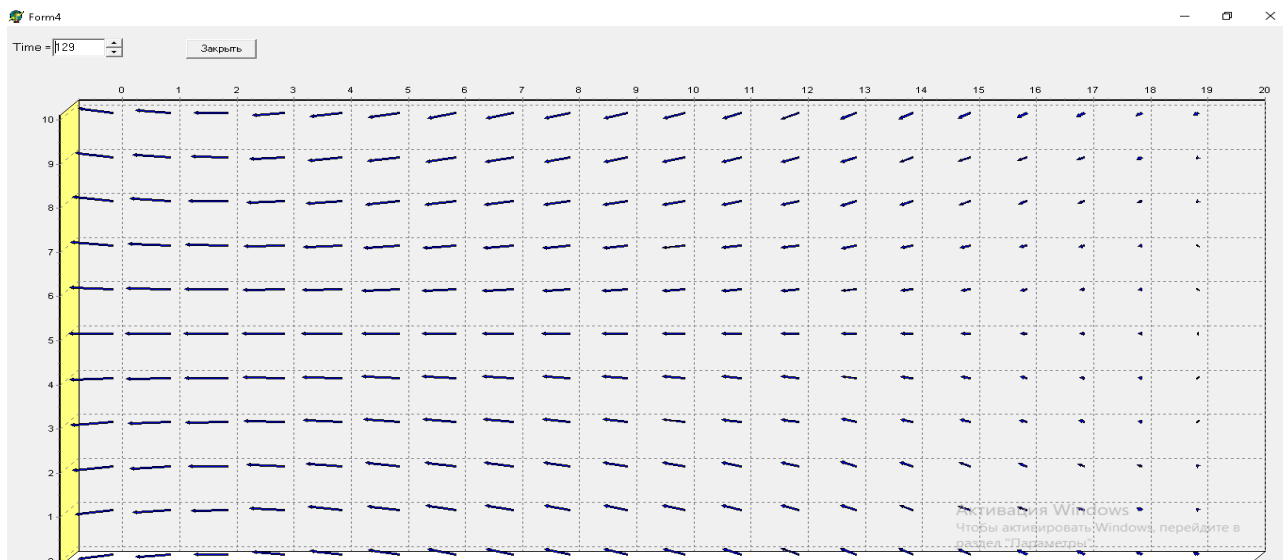
$\rho = 1, c_1 = \sqrt{\gamma_{11}} = 1, c_2 = \sqrt{\gamma_{12}} = 0.577$, кез-келген нақты тығыздықты, жарық тереңдігін және $c_2/c_1 = 0.577$ ($\frac{c_2}{c_1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.577$ параметрі, яғни. $\mu = \lambda$

сейсмологияда топырақ үшін қолданылады жылдамдықтарды белгілей отырып, келесі формула арқылы көлемдік өлшемдерге өтуге болады:

$$t = \frac{\bar{t} L}{c_1}; \quad x_i = \bar{x}_i L; \quad v_i = \bar{v}_i c_1; \quad \sigma_{ij} = \bar{\sigma}_{ij} \rho c_1^2; \quad F_i = \frac{\bar{F}_i \rho c_1^2}{L},$$

мұндағы сызық өлшемсіз мәнді білдіреді. Әдетте сейсмологияда топырақтар үшін мына параметрді қолданады:

$$\rho = 1600 \text{ кг/м}^3, \quad c_2 = 2000 \text{ м/с}, \quad c_1 = \sqrt{3} c_2 = 3464 \text{ м/с}.$$



0.2 Сурет – *a) $t = 1,5$; б) $t = 2$; в) $t = 3$* шағылысқаннан кейінгі жылдамдықтың векторлық өрісі

Бағдарлама қойылымындағы шарттар:

“Скорость распространения объемных волн (дене толқындарының таралу жылдамдығы) (m/c) $c1/c1 = 5817$ ”,

“Скорость распространения объемных волн (дене толқындарының таралу жылдамдығы) (m/c) $c2/c1=3109$ ”,

“Плотность теле (дене тығыздығы) (кг/м³) $\rho = 7900$ ”

“Длина (ұзындық) $L1 =$ ”, “Длина(ұзындық) $L2 =$ ” белгісіздер

Келесі “Вычисление” - батырмасын басқанда келесі есептеулер анықталады.

Расчет напряженного состояния изотропного тела

Скорость распространения объемных волн (м/с) $c_1 = 5817$

Скорость распространения сдвиговых волн (м/с) $c_2 = 3109$

Плотность тела (кг/м³) $\rho = 7900$

Длина (м) $L_1 = 20$ Длина (м) $L_2 = 10$

Характерная длина (м) $L = 20$

В безразмерных величинах

Шаг по координатам $h = 0,05$ Шаг по времени $t = 0,025$

Количество узлов по $(x_1, x_2) \rightarrow 20 \quad 10$

Количество узлов по времени $\rightarrow 300$

что соответствует 0,0258 секунд

Скорость распространения объемных волн $c_1/c_1 = 1$

Скорость распространения сдвиговых волн $c_2/c_1 = 0,534$

Плотность тела $\rho/\rho = 1$ Длина $L_1/L = 1$ Длина $L_2/L = 0,5$

Граничные условия

при $X_1=0 \Rightarrow G_{11} = 0 \cdot \sin(0 \cdot t) + -1 \cdot t \cdot \exp(-1 \cdot t)$, $G_{12}=0$.

при $X_2 = L_2/2 \Rightarrow G_{22} = 0 \cdot \sin(0 \cdot t) + 0 \cdot t \cdot \exp(0 \cdot t)$, $G_{12}=0$.

при $X_2 = -L_2/2 \Rightarrow G_{22} = 0 \cdot \sin(0 \cdot t) + 0 \cdot t \cdot \exp(0 \cdot t)$, $G_{12}=0$.

при $X_1=L_1 \Rightarrow V_1 = 0 \cdot \sin(0 \cdot t)$, $V_2 = 0 \cdot \sin(0 \cdot t)$.



0.3 Сурет – Расчет напряженного состояние изотропного тела (Изотропты дененің кернеулі күйін есептеу) есептеулер

Қорытындыда : Диссертациялық жұмыс жарты кеңістікте жер сілкінісі әсерінен пайда болған жарықшадағы серпінді толқындар динамикасын зерттеп, математикалық моделін құруға негізделген.

Компьютерлік модельдеу ең қуатты ақпараттық технологиялардың біріне айналды. Компьютерлік математикалық модельдеуді зерттеу информатиканың математика, физика және басқа ғылымдармен байланысын түсінуге кең мүмкіндіктер ашады.

Осылайша, компьютерлік модельдеуді қолдана отырып жасалған бағдарламалық жасақтама тапсырманы шешуге, бойлық жылдамдықтар мен әртүрлі уақыт нүктелеріндегі қалыпты кернеулердің осциллограммалары мен изолиналарын алуға, толқындық процестерді талдауға және толқындық өрнектің симметрия осін анықтауға мүмкіндік берді. кернеу концентрациясының ауданы, шекаралық нүктенің үзіліс нүктесі және т.б. Жүргізілген зерттеулердің негізгі нәтижелері бойынша қорытынды келтірілді және бағдарлама құрылды.

Толқындар динамикасын зерттеу үшін механиканың қозғалыс заңдылықтары мен серпінділік теорияларын қарастырдық. Келесі тапсырмалар орындалды:

- механиканың қозғалыс заңдарын түрлендіру;
- жарты кеңістікке кернеу әсер еткен кездегі серпінді толқындар динамикасының математикалық моделін құру;
- математикалық моделді құру әдістерін зерттеу;
- жарты кеңістікке кернеудің әсер ету бағытына қарай серпінді толқындар динамикасын зерттеу;
- компьютерлік моделін құру.

Компьютерлік моделдің көмегімен есептің шешімі ретінде көрініс суреттерін алдық. Диссертация нәтижесін серпінділік теориясында, механикада, геофизикада және сейсмологияда қолдануға болады деп есептеймін.

1 Серпінділік теориясының қозғалыс теңдеулері. Серпінді толқындар динамикасының математикалық моделін құру әдістері

1.1 Математикалық модельдеудің түсінігі

Модельдеу – бұл объектінің моделін құру және оның қасиеттерін модельді зерттеу арқылы тексеру.

Математикалық модельдеу әлеуметтік, экономикалық және өндірістік процестер мен жүйелерді әр түрлі жүйелердің табиғатын түсінудің маңызды құралдарының бірі болып табылады. Экономикалық процестерді математикалық модельдеу микро және макро деңгейлердің математикалық модельдерін, сонымен қатар экономиканың маңызды функционалды ішкі жүйелері жағдайында экономиканы жүйелі зерттеуге бағытталған.

Қазіргі уақытта экономикада математикалық модельдеуді қолдану өте өзекті болды, өйткені кәсіпорындардың қызметі ресурстарды тиімді пайдаланатындар жетістікке жететін бәсекелестік ортада, сонымен қатар есептеу технологиялары қол жетімді болды, бұл мүмкіндік береді кез-келген күрделіліктің есептеу алгоритмдерін жүзеге асыру.

Математикалық модельдеуді және ақпараттық технологияларды практикалық қызметке енгізу үшін бір жағынан экономикалық мәселелердің мәнін терең түсінетін және туындайтын мәселелерді рәсімдей алатын, екінші жағынан математикалық әдістерді жетік білетін мамандар қажет. және тиісті бағдарламалық жасақтама [17].

Модельдеу түрлері

1.1-суретте модельдеу түрлерінің жіктелуі көрсетілген.



1.1 Сурет – Модельдеу түрлерінің классификациясы

Физикалық модельдеуде жүйенің өзі немесе соған ұқсас қолданылады.

Математикалық модельдеу дегеніміз – бұл M жүйесінің математикалық моделінің S жүйесіне сәйкестікті орнату және осы жүйені зерттеу, бұл нақты жүйенің сипаттамаларын алуға мүмкіндік береді.

Аналитикалық модельдеуде элементтердің қызмет ету процестері математикалық қатынастар түрінде жазылады (алгебралық, интегралды, дифференциалды, логикалық және т.б.).

Аналитикалық модельді келесі әдістермен зерттеуге болады:

- а) аналитикалық (айқын тәуелділіктер белгіленеді, негізінен аналитикалық шешімдер алынады);
- б) сандық (шамамен алынған шешімдер алынады);
- с) сапалы (нақты түрде сіз шешімнің кейбір қасиеттерін таба аласыз).

Қазіргі заманғы компьютерлік модельдеу көптеген жүйелері, мысалы, Maple, Mathematica немесе MATLAB орталарының символикалық математика жүйелері күрделі аналитикалық модельдеу есептерін шешуді едәуір дәрежеде автоматтандыруға қабілетті.

Компьютерлік модельдеу алгоритм түрінде құрастырылған (компьютерлерге арналған бағдарламалар), оған есептеу эксперименттерін жүргізуге мүмкіндік беретін математикалық модельдеуге жатады. Сандық модельдеу есептеу математикасының әдістерін қолданады (сандық аналитикадан моделдің әртүрлі параметрлерін орнатуға болатындығымен ерекшеленеді).

Сандық модельдеу жүйелер немесе құрылғылардың әрекеттері туралы қажетті сандық мәліметтерді алуға мүмкіндік береді кез келген қолайлы сандық әдіс, мысалы Эйлер әдістері немесе Рунге Кутта. Іс жүзінде сызықтық емес жүйелер мен құрылғыларды модельдеу сандық әдістерді қолдана отырып, жекелеген ішінара сызықтық жүйелерді немесе құрылғыларды аналитикалық модельдеуге қарағанда әлдеқайда тиімді болып шығады. Мысалы, дифференциалдық теңдеуді немесе дифференциалдық теңдеулер жүйесін неғұрлым күрделі жағдайларда шешу үшін аналитикалық түрдегі шешім алынбайды, бірақ сандық модельдеу деректері бойынша, мінез-құлық туралы жеткілікті толық мәліметтер алуға болады. имитациялық жүйелер мен құрылғылар, сондай-ақ тәуелділіктің осы әрекетін сипаттайтын графиктер құру.

Статистикалық модельдеу жүйенің статистикалық сипаттамаларын алу үшін жүйе (модель) туралы мәліметтерді өңдеуден тұрады. Бұл ықтималдық модельдерінің жұмысының машиналық репродукциясы немесе математикалық модельдер түрінде көрсетілген детерминирленген процестерді логикалық элементтері бар компьютерде статистикалық тестілерді қолдану (Монте-Карло

әдісі). Бұл жағдайда бастапқы тарату заңдылықтары бар бастапқы деректерді кездейсоқ тағайындау жүзеге асырылады және соның салдарынан зерттелетін процессорлардың сипаттамаларын ықтималдық бағалау жүзеге асырылады.

Модельдеу дегеніміз компьютердегі көбейту (имитация) жүйенің немесе оның жекелеген элементтерінің уақыттың белгілі бір уақытында күйі туралы мәліметтерді білуге мүмкіндік беретін, процестердің қисынды және уақытша реттілігін сақтай отырып, зерттелетін жүйенің жұмыс істеу процесі.

Математикалық модельдеу объектілерді зерттеуге мүмкіндік береді, олар бойынша нақты тәжірибелер қиын немесе мүмкін емес (қымбат, денсаулыққа қауіпті, физикалық немесе уақыт шектеулеріне байланысты мүмкін болмайтын бір реттік процестер - олар алыс, немесе әлі жоқ және т.б.) .

Модельдеудің жалпы мақсаты келесідей тұжырымдалуы мүмкін: ол жобаланған жүйені іске асырудың әртүрлі нұсқалары үшін таңдалған өнімділік индикаторының мәндерін анықтау. Нақты модельді әзірлеу кезінде модельдеу мақсаты қолданылған тиімділік критерийін ескере отырып нақтылануы керек. Жарамдылық критерийі үшін модель эксперименттік дизайнның барлық рұқсат етілген стратегиялар жиынтығының мәндерін есептеуді қамтамасыз етуі керек. Оңтайлылық критерийін қолданған кезде модель тиімділік индикаторының шекті мәнін бере отырып, зерттелетін объектінің параметрлерін тікелей анықтауға мүмкіндік беруі керек.

Осылайша, модельдеу мақсаты зерттелетін операцияның мақсатымен де, анықталуы керек зерттеу нәтижелерін қолданудың жоспарланған әдісі. Мысалы, шешімді талап ететін проблемалық жағдай келесідей тұжырымдалады: егер ресурстарды пайдалану мен өнімнің жекелеген түрлерін өндіруге қойылатын талаптар орындалса, максималды пайда әкелетін кәсіпорынның өндірістік бағдарламасының нұсқасын табу. Бұл жағдайда модельдеудің мақсаты тиімділік көрсеткішінің максималды мәнін қамтамасыз ететін өндірістік бағдарламаның пайдасын табатын параметрлерін табу болып табылады. Шешім қабылдау критерийлері жүйенің тиімді параметрлерін таңдауға мүмкіндік береді. Бұл процесс әдетте оңтайландыру деп аталады [16].

1.2 Тікбұрышты серпінді дененің динамикалық кернеулі жағдайы. Есептің қойылымы

Тікбұрышты декарттық координатадағы изотропты біртекті серпінді дене қарастырайық, оның жазық қимасы $0 \leq x_1 \leq L_1$, $|x_2| \leq L_2$ болып табылады (1.1-суретке сәйкес). Бастапқы уақытта, дене тыныштық күйінде болады, яғни $t=0$

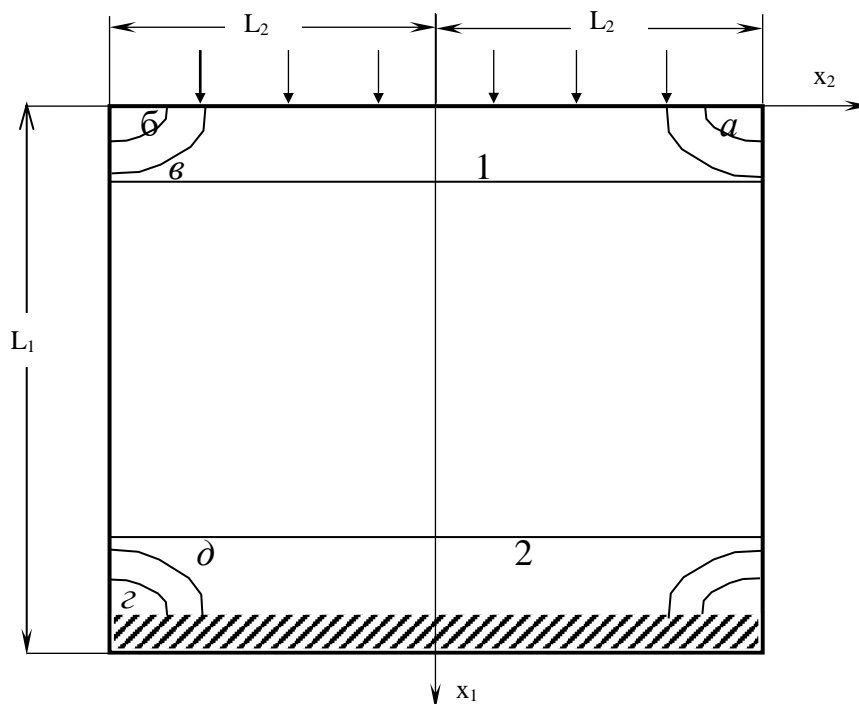
$$v_i=0; \sigma_{ij}=0, \quad (i,j=1,2).$$

Сонымен қатар, қарастырылып отырған шектікаймақ үшін шекаралық шарттар қойылады. t уақыты кезінде тіктөртбұрыштың жоғарғы шекарасы динамикалық ауытқуға ұшырайды, яғни $x_1=0$, $|x_2| \leq L_2$ кезінде:

$$\sigma_{11}=f(t), \quad \sigma_{12}=0$$

Дененің бүйір шекараларына әсер ететін кернеу жоқ, яғни $|x_2|=L_2$, $0 \leq x_1 \leq L_1$ кезінде:

$$\sigma_{12}=0, \quad \sigma_{22}=0$$



1.2 Сурет – Есептік аумақ

Төменгі шекарасы қатты бекітілген, яғни $x_1=L_1$, $|x_2| \leq L_2$ кезінде

$$v_1=0, \quad v_2=0.$$

$t>0$ кезінде қаралатын дененің ішіндегі толқын қозғалысын зерттеу қажет [18].

Бастапқы уақытта ($t=0$) дене тыныштық күйінде:

$$v_i = 0, \sigma_{ij} = 0, (i, j = 1, 2) \quad (1)$$

Сол жақ бүйір шекарасына келесі жүктеме әсер етеді:

$$\begin{aligned} x_2 = 0, |L_1 - x_1| \leq R: \sigma_{22} = f(t), \sigma_{12} = 0 \\ x_2 = 0, |L_1 - x_1| > R: \sigma_{22} = f(t), \sigma_{12} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Дененің оң жақ бүйір және жоғарғы шекарасы кернеулерден бос:

$$\begin{aligned} x_2 = L_2, |x_1| \leq L_1: \sigma_{22} = 0, \sigma_{12} = 0 \\ 0 \leq x_2 \leq L_2, x_1 = -L_1: \sigma_{11} = 0, \sigma_{12} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Төменгі шекара қатаң түрде бекітілген:

$$x_1 = L_1, 0 \leq x_2 \leq L_2: v_1 = 0, v_2 = 0 \quad (4)$$

Қарастырылып жатқан жағдайда $t > 0$ кезіндегі серпімді дененің деформацияланған кернеулі жағдайын зерттеу қажет.

1.3 Серпінділіктің сызықтық теориясының кейбір ұғымдар мен негізгі теңдеулері

Серпінділік теориясы тыныштық жағдайында да, қозғалыс жағдайында да пайда болатын ішкі күштер мен табиғи әсерлерден туындаған қатты денедегі деформацияны зерттейді.

Ғылымның қазіргі жағдайында нақты денелер құрылымының барлық ерекшеліктерін ескеретін есептеудің жалпы әдістерін құруға мүмкіндік туған жоқ. Сондықтан серпінділіктің сызықтық теориясын зерттегенде деформацияланатын қатты дененің кейбір моделдерін қарастырамыз. Мұндай моделге идеалдысерпінді дене жатады. Осы моделдің негізгі қасиеттерін қарастырайық:

– Идеалды серпінді дене толығымен серпінді деп болжанады. Толық серпінділік деп қатты денелердің сыртқы табиғи әсерлерді жойғаннан кейін бастапқы пішіні мен көлемін толық қалпына келтіру қасиеті түсіндіріледі. Бастапқы жағдайдағы денеге күш түсірілмегендіктен ешқандай кернеу туындамайды деп болжанады. Дененің бұл күйі әдетте қалыпты жағдай деп аталады;

– Серпінділіктің сызықтық теориясында дененің деформациясы шағын, ал дененің деформацияланған және кернеулі жағдайын байланыстыратын қатынастар сызықтық болып табылады;

– Идеалдысерпінді дене тұтас, яғни деформацияға дейін де, одан кейін де үзіліссіз болып қалады. Дененің кез келген бөлігі, тіпті микро бөліктер де бос болмайды және оның жарылған шеттері жоқ. Бұл жағдай дененің деформациясы мен нүктелерінің ауысуын координаталардың үзіліссіз функциясы ретінде қарастыруға мүмкіндік береді. Осылайша заттың атомдық құрылымы және денені құрайтын молекулалардың қозғалысы назарға алынбайды;

– Идеалдысерпінді дене біртекті болады. Бұл дегеніміз, дененің барлық нүктелерінде, бір кернеуде бірдей деформациялар пайда болады. Біртектілік туралы болжам дененің серпінділік қасиетін сипаттайтын шамаларды дененің бүкіл көлемі бойынша тұрақты деп есептеуге мүмкіндік береді;

– Идеалдысерпінді дене изотропты деп болжанады. Бұл дегеніміз, дененің серпінді қасиеттері барлық бағыттар бойынша бірдей.

Нақты денелер қандай дәрежеде болса да, қарастырылатын моделден ерекшеленеді. Сондықтан, серпінділік теориясында алынған шешімдердің қолайлылығы нақты денелер үшін осы денелердің қаншалықты серпінді, тұтас, біртекті және изотропты деп санауға болатынына байланысты.

Қатты денеге әсер ететін барлық сыртқы күштерді екі топқа бөлуге болады. Олар: беттік және көлемдік. Беттік күштер денелердің түйісуі нәтижесінде пайда болады, олар дененің бетіне бөлінеді, мысалы, бөгетке су қысымының күші, ғимарат іргетасының топыраққа және т.б. қысымының күші. Беттік күштер қарқындылықпен сипатталады, яғни осы күш бет ауданының бірлігіне сәйкес келетін күш мәнімен сипатталады. Егер күш әсер ететін аумақтың көлемі дене өлшемімен салыстырғанда аз болса, онда мұндай аумақты елемеуге және күш нүктеге түсірілген деп есептеуге болады. Бұл күш-шоғырланған күш деп аталады. Көлемдік күштер дененің әрбір нүктесіне әрекет етеді. Оларға дененің өзіндік салмағы, инерция күші жатады [13].

Серпінділіктің динамикалық теориясының міндеті- берілген сыртқы күштік факторлар мен белгілі геометриялық нысаны бар дене материалының табиғи-механикалық қасиеттері бойынша кез келген уақытта дене бөлшектерінің деформациясы процесінде дененің кернеулі-деформацияланған күйі мен қозғалысының сипаттамасын анықтау болып табылады.

Біздің зерттеу пәніміз декарттық координаталар жүйесінде берілген біртекті серпінді изотропты дене динамикасының есептері. Ыңғайлы болу үшін келесі белгілеулерді енгіземіз:

x_i ($i=1, 2, 3$) - декарттық координаталар жүйесінің мәні;

t - уақыт;

$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(x_1, x_2, x_3, t)$ - кернеу тензорының компоненттері;

$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}(x_1, x_2, x_3, t)$ - деформация тензорының компоненттері;

$U_i = U_i(x_1, x_2, x_3, t)$ - жылдамдық векторының компоненттері;
($i, j = 1, 2, 3$)

Барлық уақытта латын және грек индекстерін қолданатын боламыз. Екі рет қайталанатын грек индекстері бойынша қосу орындалады, ал екі рет қайталанатын латын индекстері бойынша қосу орындалмайды.

Орта қозғалысының дифференциалдық теңдеулерін механиканың негізгі екі заңы бойынша алуға болады. Олар: қозғалыс санының өзгеру заңы және қозғалыс санымоментінің өзгеру заңы. Бұл заңдылықтарды мына түрде жазуға болады:

$$\sigma_{i\beta,\beta} + F_i = \rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2}, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.2.1)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$$

мұндағы ρ – орта материалының тығыздығы, F_i – тиісті координаттық осьтерге көлемдік күштің проекциялары. Бұл жерде және одан әрі төменгі индекстердегі үтірден кейінгі индекспен кеңістіктік айнымалы бойынша туындылар белгіленеді, ал қайталанатын β индексі бойынша жинақтауды жүргізу қажет, яғни (1.2.1) формуланы былай түсіну керек:

$$\begin{cases} \sigma_{11,1} + \sigma_{12,2} + \sigma_{13,3} + F_1 = \rho \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} \\ \sigma_{21,1} + \sigma_{22,2} + \sigma_{23,3} + F_2 = \rho \frac{\partial^2 U_2}{\partial t^2} \\ \sigma_{31,1} + \sigma_{32,2} + \sigma_{33,3} + F_3 = \rho \frac{\partial^2 U_3}{\partial t^2} \\ \sigma_{12} = \sigma_{21}, \sigma_{13} = \sigma_{31}, \sigma_{23} = \sigma_{32} \end{cases} \quad (1.2.2)$$

Серпінділіктің классикалық теориясы деформациялар соншалықты аз, тіпті оларды шексіз аз деп айтуға болады деген түсінікке негізделеді. Деформацияланатын дененің әрбір өлшемімен салыстырғанда орын ауыстырудың тиісті векторлары кіші, ал координаттары бойынша бірінші туынды орын ауыстырулардың бірліктерімен салыстырғанда кіші деп жорамалданады.

Жоғарыда көрсетілген жорамалдарды пайдалана отырып, кіші деформация тензорының компоненті ε_{ij} Коши арақатынасымен ауысу векторының компоненттері арқылы анықталады:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (U_{i,j} + U_{j,i}), \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1.2.3)$$

Кернеу тензорының компоненттері мен деформация тензорының компоненттері арасындағы сызықтық арақатынас келесі формуламен көрсетіледі:

$$\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (1.2.4)$$

мұнда λ , μ – Ламе тұрақтылары, δ_{ij} – Кронекер символы, θ – көлемдік деформация, ол мынаған тең: $\theta = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$.

Бұл формула Гук заңының кері формасы деп аталады [13].

Серпінділіктің динамикалық теориясының есебін шешу кезінде бастапқы және шекаралық шарттарды анықтап алу керек.

Егер орта шексіз болса, онда U_i^0 қозғалыс векторының проекциясының және есепті зерттеу басталатын t_0 уақыттың кейбір сәтінде дене нүктесінің v_i^0 жылдамдық векторының проекциясының есебіндегі бастапқы шарттар ғана қойылады:

$$\begin{aligned} U_i \Big|_{t=t_0} &= U_i^0(x_1, x_2, x_3) \\ \frac{\partial U_i}{\partial t} \Big|_{t=t_0} &= v_i^0(x_1, x_2, x_3) \end{aligned}, (i = 1, 2, 3). \quad (1.2.5)$$

(1.2.1)-(1.2.3) есебін шешу барысында, бастапқы берілгендер (1.2.4) болса, бұл теңдеу Коши есебі деп аталады.

Коши есебін шешуге қарағанда шеттік есептерді шешуге тәжірибелік қызығушылық басым болып табылады, яғни соңғы өлшемдегі денелер қарастырылады және бастапқы шарттармен қатар осындай серпінді орталар үшін қандай да бір шекаралық шарттарды (1.2.5) қарастыру қажет. Серпінділік теориясының шеттік есептерін шешу кезінде үш негізгі шеттік есептер кездеседі [21].

Бірінші негізгі шеткі есеп денемен қамтылған, V ауданында U_i ауысу векторының үш проекциясын және σ_{ij} кернеудегі тензордың алты компонентін табудан тұрады, олар (1.2.1) - (1.2.4) теңдеулерін қанағаттандыруы тиіс және оның бетіндегі S ауданда келесі кинематикалық шекаралық шарттарды қанағаттандырады:

$$U_i = f_i(x_1, x_2, x_3, t). \quad (1.2.6)$$

Екінші негізгі шеткі есеп денемен қамтылған V ауданында U_i ауысу векторының үш проекциясында және σ_{ij} кернеудегі тензордың алты компонентін табудан тұрады, олар дененің ішіндегі (1.1) - (1.4) теңдеулерді қанағаттандыруы тиіс және оның S бетіндегі келесі шекаралық шарттарды қанағаттандырады:

$$\sigma_{ij} \bar{n}_i = p_j(x_1, x_2, x_3, t), \quad (1.2.7)$$

мұнда p_j - дененің S бетіндегі әрекет ететін берілген күштер проекциялары, n_i - сыртқа нормаль.

Үшінші негізгі (аралас) шеттік есеп (1.2.1) - (1.2.4) теңдеуін шешуге бағытталып, S жазықтығының бір бөлігі S_u бетте кинематикалық шарттарды

қанағаттандырып (1.2.6), ал басқа S_σ бетте (1.2.7) шарттарға сай келеді ($S = S_u + S_\sigma$).

Үшөлшемді денелердің жалпы жағдай үшін динамикалық есепті шешу кезінде математикалық қиындықтар кездеседі. Серпінді денелерді деформациялаудың жеке жағдайы қарастырылады.

Егер серпінді дене жазықтықта тегіс деформация жағдайында болса (x_1, x_2), онда

$$U_1 = U_1(x_1, x_2, t); U_2 = U_2(x_1, x_2, t); U_3 = 0. \quad (1.2.8)$$

Арақатынас (1.2.3) деформация тензорының компоненті үшін мынадай түрде болады:

$$\begin{cases} \varepsilon_{11} = U_{11} \\ \varepsilon_{22} = U_{22} \\ \varepsilon_{12} = \varepsilon_{21} = \frac{1}{2}(U_{1,2} + U_{2,1}) \\ \varepsilon_{13} = \varepsilon_{31} = \varepsilon_{23} = \varepsilon_{32} = \varepsilon_{33} = 0 \end{cases}, \quad (1.2.9)$$

ал (1.2.4) теңдеуі мынадай:

$$\begin{cases} \sigma_{11} = \lambda (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) + 2\mu \varepsilon_{11} \\ \sigma_{22} = \lambda (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) + 2\mu \varepsilon_{22} \\ \sigma_{12} = \sigma_{21} = 2\mu \varepsilon_{12} \\ \sigma_{33} = \lambda (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) \\ \sigma_{13} = \sigma_{31} = \sigma_{23} = \sigma_{32} = 0 \end{cases} \quad (1.2.10)$$

Демек, жазық деформация кезінде кернеулердің тензоры, жалпы жағдайда, x_1, x_2 екі аргументке тәуелді нөлден өзгеше төрт компоненттен тұрады. σ_{33} компонентінің болуы жазық деформацияның да болуын жүзеге асырады. Дененің жазық деформациясы кезінде кернеу тензорының тәуелсіз компоненттерінің саны үшке тең екенін көрсету оңай. Шын мәнінде, төртінші компонент σ_{33} формула бойынша анықталады:

$$\sigma_{33} = \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \quad (1.2.11)$$

және теңдеу шешілген соң анықталуы мүмкін. Мұнда $\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$ - Пуассон коэффициенті.

Қозғалыс теңдеуі (1.2.1) көлемдік күштер болмаған кезде мына түрде жазылады:

$$\begin{cases} \sigma_{11,1} + \sigma_{12,2} = \rho \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} \\ \sigma_{21,1} + \sigma_{22,2} = \rho \frac{\partial^2 U_2}{\partial t^2} \\ \sigma_{21} = \sigma_{12} \end{cases} \quad (1.2.12)$$

материалды сипаттайтын тұрақты негізгі жұп ретінде тұтас ортада бойлық c_1 және көлденең c_2 толқындардың таралу жылдамдығының мәндері пайдаланылуы мүмкін:

$$c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}; c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (1.2.13)$$

Жазықтықтың кернеулі күйі жағдайында ($\sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$) (1.2.3) формуладан келесілерді алуға болады:

$$\lambda \varepsilon_{11} + \lambda \varepsilon_{22} + (\lambda + 2\mu) \varepsilon_{33} = 0; \quad \varepsilon_{33} = -\frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22})$$

ε_{33} мәнін (1.2.3) формуласына қоя отырып төмендегі формуланы аламыз:

$$\begin{cases} \sigma_{11} = \lambda' (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) + 2\mu' \varepsilon_{11} \\ \sigma_{22} = \lambda' (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) + 2\mu' \varepsilon_{22} \\ \sigma_{12} = \sigma_{21} = 2\mu' \varepsilon_{12} \end{cases} \quad (1.2.14)$$

$$\text{мұнда } \lambda' = \frac{2\lambda\mu}{\lambda + 2\mu}; \quad \mu' = \mu$$

Демек, жазық деформация теңдеулерінен жалпыланған жазық кернеу теңдеулеріне көшу λ Лама тұрақтысын мен μ шамаға ауыстыру арқылы жүзеге асырылады:

$$\lambda' = \frac{2\lambda\mu}{\lambda + 2\mu}; \quad \mu' = \mu$$

Сонымен қатар, деформация тензорының компоненті ε_{33} мына түрде анықталады:

$$\varepsilon_{33} = -\frac{\nu}{E}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \quad (1.2.15)$$

мұндағы $E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}$ - серпінділік модулі.

Жазықтықтағы есептерді шешу кезінде динамикалық деформацияларды сипаттайтын теңдеулерді жылдамдық векторының компонентіне және кернеу тензорына қатысты болатын бірінші реттік дербес туындылы сызықтық дифференциалдық теңдеудің гиперболалық жүйесі түрінде ұсынуға болады [22].

Есеп жүргізуге ыңғайлы болу үшін өлшемі жоқ тәуелсіз айнымалы және ізделінетін шамалар енгізіледі:

$$\bar{t} = \frac{tc_1}{b}; \quad \bar{x}_i = \frac{x_i}{b}; \quad \bar{v}_i = \frac{1}{c_1} \frac{\partial U_i}{\partial t}; \quad \bar{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\rho c_1^2};$$

$$\gamma_{12} = \frac{c_2}{c_1}; \quad \gamma_{11} = 1 - 2\gamma_{12}^2; \quad (ij = 1, 2)$$

мұнда $c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$; $c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$; b – характеристикалық ұзындық [14].

Одан әрі өлшемсіз параметрлердің реті төмендетіледі. Өлшемсіз шамаларды біріктіргеннен кейін, қозғалыс теңдеуі (1.2.11) және жалпыланған Гук заңының (1.2.8) және (1.2.9) уақыт бойынша туындылар мына түрде болады:

$$\begin{cases} a) \dot{v}_1 = \sigma_{11,1} + \sigma_{12,2} \\ b) \dot{v}_2 = \sigma_{21,1} + \sigma_{22,2} \\ c) \dot{\sigma}_{11} = v_{1,1} + \gamma_{11} v_{2,2} \\ d) \dot{\sigma}_{22} = \gamma_{11} v_{1,1} + v_{2,2} \\ e) \dot{\sigma}_{12} = \gamma_{12}^2 (v_{1,2} + v_{2,1}) \end{cases} \quad (1.2.16)$$

бұл жерде және одан әрі функциялардың үстіндегі нүкте t бойынша дербес туындылы функцияларды білдіреді.

Анықтайтын теңдеулер жүйесін (1.2.16) ізделінетін айнымалылар векторына қатысты матрица түрінде $W = (v_1, v_2, \sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12})$ жазуға болады:
 $L(W) = A^t W_{,t} + A^1 W_{,1} + A^2 W_{,2} = 0$, мұндағы

$$A' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; A^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\gamma_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma_{12}^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -\gamma_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -\gamma_{12}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Анықтайтын теңдеулер (1.2.16) – тұрақты коэффициенттері бар бірінші ретті дифференциалдық теңдеулердің біртекті сызықты гиперболалық жүйесі түрінде берілген.

1.4 Бихарактеристика және олардың шарттары

Шағын динамикалық деформацияларды сипаттайтын теңдеуді бірінші ретті дербес туындылы теңдеудің гиперболалық жүйесі түрінде жылдамдық векторының компоненті және кернеу тензоры түрінде ұсынуға болады.

Өлшемсіз шамаларды біріктіргеннен кейін, қозғалыс теңдеуі

$$\sigma_{i\beta,\beta} + F_i = \rho \dot{v}_i, \quad i = 1, 2 \quad (1.3.1)$$

және жалпыланған Гук заңының

$$\sigma_{ij} = \lambda u_{\beta,\beta} \delta_{ij} + \mu(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad i, j = 1, 2 \quad (1.3.2)$$

уақыт бойынша туындыларын келесі түрде жазамыз:

$$\begin{cases} \dot{v}_i = \sigma_{i\beta,\beta} + F_i \\ \dot{\sigma}_{ij} = \gamma_{ij} v_{i,j} + \gamma_{33}(v_{\beta,\beta} - v_{i,j})\delta_{ij} + \gamma_{ji} v_{j,i}(1 - \delta_{ij}) \end{cases}, \quad (i, j, \beta = 1, 2) \quad (1.3.3)$$

(1.3.3) анықтаушы теңдеулер үшөлшемді кеңістіктегі (x_1, x_2, t) характеристикалық жазықтықтағы осьтер, уақыт осіне параллель осьтері бар гиперконустар болып табылатын тұрақты коэффициенттері бар бірінші ретті дифференциалдық теңдеулердің біртекті емес сызықты гиперболалық жүйесі болып табылады. Жүйені (1.3.3) характеристикалық конустар (1.4 - суретке сәйкес) арқылы сипаттауға болады. Біздің жағдайда бұл конустардың пайда болуы теңдеулердің бихарактеристикасына сәйкес келеді. Бихарактеристика дегеніміз – кез-келген екі характеристикалық беті жанасатын сызық.

Осы бихарактеристиканың теңдеуін және олардың шарттарын алу үшін екі өлшемді жүйені (1.3.3) бір өлшемді жүйелерге ыдыратамыз. Бұл әдіс көп өлшемді гиперболалық жүйелерді бір өлшемді гиперболалық жүйелерге ыдырату туралы К.А.Багриновский мен С.К.Годуновтың идеясына сәйкес келеді [14, 15].

Егер $x_k = \text{const}$ ($k \neq j$) болса:

$$\begin{cases} \dot{v}_i - \sigma_{ij,j} = a_{ij} + F_i \\ \dot{\sigma}_{ij} - \lambda_{ij}^2 v_{i,j} = b_{ij} \end{cases} \quad (i, j = 1, 2) \quad (1.3.4)$$

онда

$$a_{ij} = \sigma_{i\beta,\beta} - \sigma_{ij,j}; \quad \lambda_{ij} = \sqrt{\gamma_{ij}}; \quad b_{ij} = \gamma_{33}(v_{\beta,\beta} - v_{i,j})\delta_{ij} + \gamma_{ji}v_{j,i}(1 - \delta_{ij}).$$

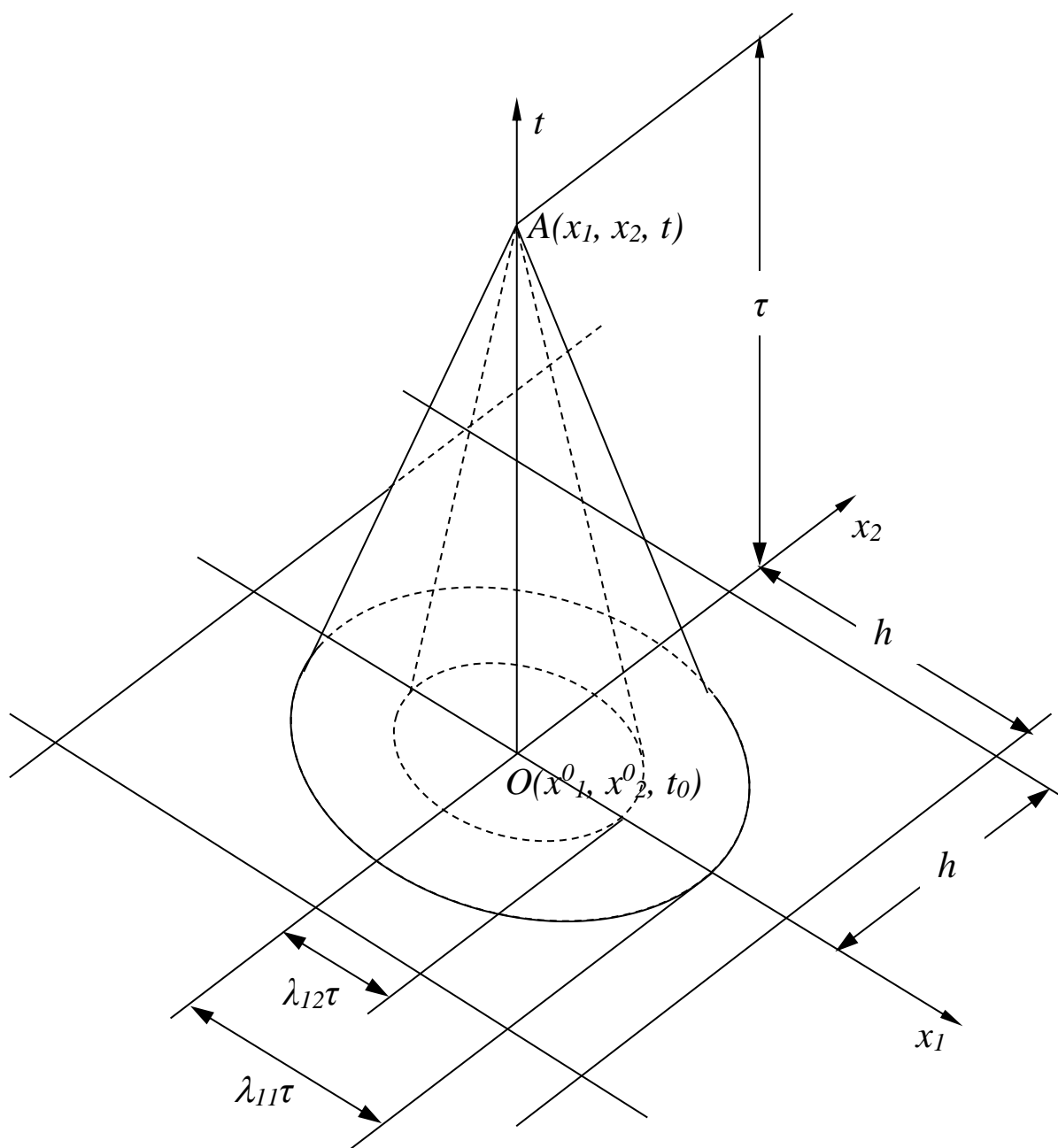
Жүйені (1.3.4) матрицалық түрде ұсынуға болады:

$$W^{ij}_{,t} + A^{ij}W^{ij}_{,j} = B^{ij} \quad (i, j = 1, 2)$$

онда $W^{ij} = (v_i, \sigma_{ij})$; $B^{ij} = (a_{ij} + F_i, b_{ij})$ – векторлар, A^{ij} – матрицаның анықтаушысы:

$$\det A^{ij} = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -\lambda_{ij}^2 & 0 \end{vmatrix} = -\lambda_{ij}^2$$

тең болады.



1.3 Сурет – Характеристикалық конустар

Матрицаның χ_{ij} меншікті мәні A^{ij} теңдеуден анықталады:

$$\det(A^{ij} - \chi_{ij}E) = 0.$$

E бірлік матрица, $\chi_{ij} = \pm\lambda_{ij}$ болады. Сондықтан теңдеулер жүйесі (1.3.4) гиперболалық болып табылады және екі нақты характеристикалары бар.

Дифференциалдық теңдеулердің характеристикалары және оларға қойылатын шартты анықтаймыз. Дифференциалдар операторлары бихарактеристика бойынша:

$$\frac{d(W)}{dt} = \frac{\partial W}{\partial t} + W_{,1} \frac{dx_1}{dt} + W_{,2} \frac{dx_2}{dt}. \quad (1.3.5)$$

Егер (1.3.5) теңдеуді пайдалана отырып, t бойынша дербес туындылар алынса, онда (1.3.4) теңдеу бихарактеристика бойымен туындылар және $T=const$ жазықтықтарындағы туындылар болады, сонда бұл теңдеуді бихарактеристика бойымен дифференциалдық арақатынас ретінде қарастыруға болады. Кейбір теңдеулер жүйесінің алгебралық түрлендірулерінен кейін (1.3.4) келесі түрдегі теңдеулер жүйесіне айналады:

$$\begin{cases} -\frac{dx_j}{dt} v_{i,j} - \sigma_{ij,j} = a_{ij} + F_i - \frac{dv_i}{dt}, \\ -\lambda_{ij}^2 v_{i,j} - \frac{dx_j}{dt} \sigma_{ij,j} = b_{ij} - \frac{d\sigma_{ij}}{dt} \end{cases}, \quad (i, j = 1, 2). \quad (1.3.6)$$

Бихарактеристиканың көлбеуі келесі түрде анықталады:

$$\begin{vmatrix} -\frac{dx_j}{dt}, & -1 \\ -\lambda_{ij}^2, & -\frac{dx_j}{dt} \end{vmatrix} = 0, \quad (i, j = 1, 2). \quad (1.3.7)$$

а характеристикадағы дифференциалды қатынастардан шығарылады:

$$\begin{vmatrix} a_{ij} + F_i - \frac{dv_i}{dt}, & -1 \\ b_{ij} - \frac{d\sigma_{ij}}{dt}, & -\frac{dx_j}{dt} \end{vmatrix} = 0, \quad (i, j = 1, 2). \quad (1.3.8)$$

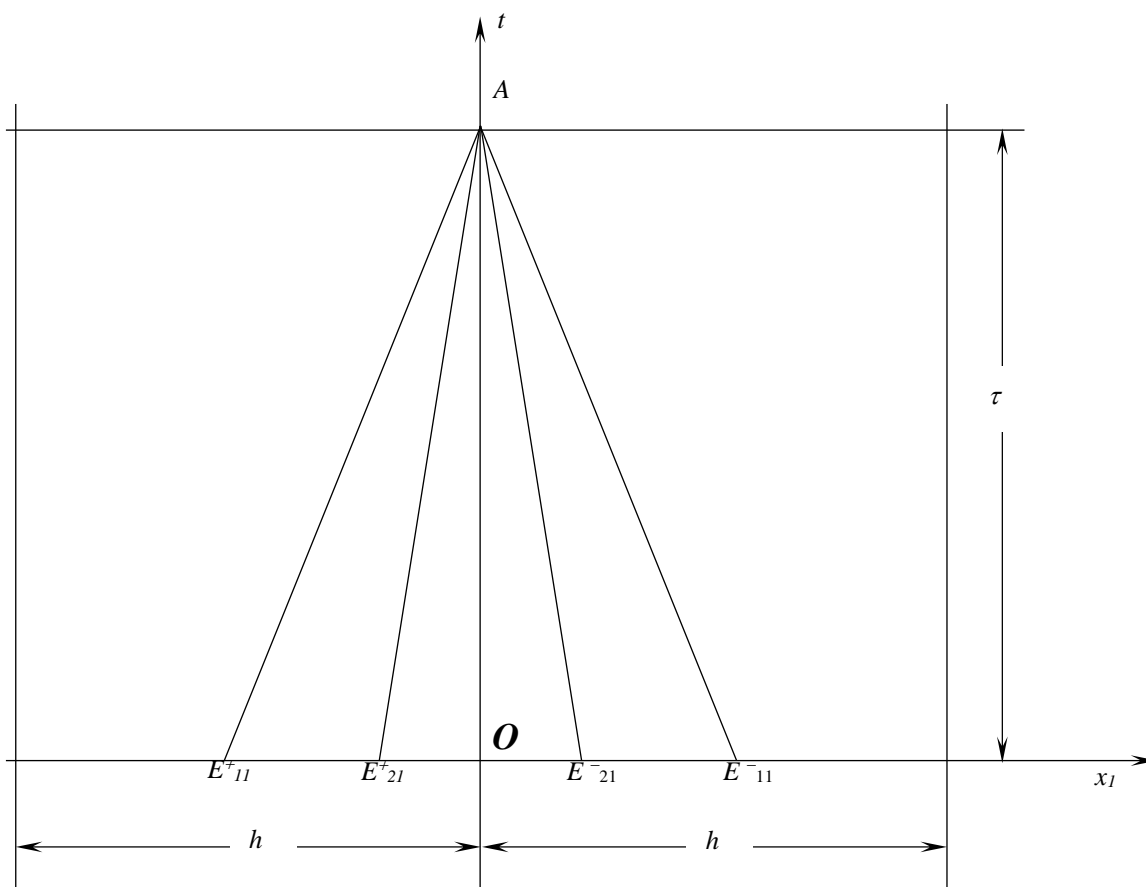
(1.3.7) және (1.3.8) теңдіктегі анықтауыштарды аша отырып, бихарактеристиканың дифференциалдық теңдеуін және олардың шарттарын алуға болады:

$$dx_j = \pm \lambda_{ij} dt, \quad (i, j = 1, 2), \quad (1.3.9)$$

$$d\sigma_{ij} \mp \lambda_{ij} dv_i = \left(b_{ij} \mp \lambda_{ij} [a_{ij} + F_i] \right) dt, \quad (i, j = 1, 2). \quad (1.3.10)$$

мұндағы dv_i , dt бихарактеристиканың (1.3.9) бойымен орын ауыстыру жылдамдығының өсуін білдіреді. (1.3.9)-те көрініп тұрғандай, әрбір екі гипержазықтықта көлемдік (λ_{11} және λ_{22}) және орын ауыстыру жылдамдығымен (λ_{12} және λ_{21}) таралатын (x_j, t) бихарактеристиканың екі жұбы бар (1.4-суретке сәйкес). Екі жазықтықтың әрқайсысында (x_j, t) оң және теріс бағыттағы бихарактеристиканың екі тобы бар (1.5-суретке сәйкес). (1.3.9) және (1.3.10)

теңдеулерінде жоғарғы белгі оң, ал төменгі белгі теріс бағыттағы бихарактеристикаға сәйкес келеді. Одан әрі, бұл есептеу алгоритмін жасау кезінде ескерілетін болады.



1.4 Сурет – $x_2 = const$ жазықтықтағы бихарактеристика түрі

1.5 Айырымдық теңдеулер

D денесі $X_j = const$ координаттық беттердің қиылыстарынан түзілетін ұяшықтарға бөлінсін. Бұл ұяшықтардың сызықтық өлшемдері O_{x1} және O_{x2} бағытында біркелкі және $H_1 = h_2 = h$ тең болып саналады. Сызықтардың қиылысуы түйіндерді құрайды. Бұл түйіндік нүктелерде v_i , σ_{ij} ($i, j = 1, 2$) ізделінетін функциялардың мәндері әр түрлі уақыт сәттері қадамымен τ алынған тор үш өлшемді. Жоғарыда көрсетілген түйін нүктелерінен басқа, айырым схемасы салынған нүктелік торда $t = const$ гипержазықтықтары бар бихарактеристиканың қиылысуы арқылы пайда болатын нүктелер бар. $\lambda_{ij}\tau$ қашықтығындағы $x_k = const$ координаттық сызықтарда және O нүктесінде жатқан E_{ij}^{\pm} нүктелерден және O түйінінен тұратын шаблон қабылданады. ($i, j, k = 1, 2; k \neq j$) (1.3- сурет). E_{ij}^{\pm} нүктелерінің координаттары ($i, j = 1, 2$) E_{ij}^{\pm} :

$$h_{E_{ij}^{\pm}} = h_0 \mp \lambda_{ij}\tau \quad (1.4.1)$$

формуласынан табылады.

Бұдан әрі O нүктесіндегі функциялардың мәндеріне "0", ал E^{\pm}_{ij} нүктесіне ij төменгі индексі және жоғарғы белгі "±" (мысалы σ^{\pm}_{ij}) қойылатын болса, ал A нүктесінде қосымша индекс жазылмайды.

Төменде келтірілген нүктелік схемаларға сүйене отырып, төменде келтірілген динамикалық мәселелерді шешуге арналған әдіс егер алдыңғы қабаттағы олардың мәндері $t=t_0+\tau$ O нүктесінде және оған қатысты E^{\pm}_{ij} нүктелерінде белгілі болса бізге $t=t_0+\tau$ уақыттың кейбір қабатындағы A нүктесіндегі жылдамдықты v_i және тензордың компоненттерінің кернеуін σ_{ij} анықтауға мүмкіндік береді. Мұндай түрдегі айырымдық схемалар айқын деп аталады.

O нүктесінен A нүктесіне дейінгі трапецеидальдық теңдеулер әдісімен (1.3.3) және E^{\pm}_{ij} нүктесінен A нүктесіне дейінгі қатынастар (1.3.10) арқылы келесі формаларды алуға болады (ары қарай барлық жерде $i, j = 1, 2$):

$$\begin{cases} v_i = v_i^0 + \frac{\tau}{2} (\sigma_{ij,j} + a_{ij} + F_i + \sigma_{ij,j}^0 + a_{ij}^0 + F_i^0) \\ \sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 + \frac{\tau}{2} (\lambda_{ij}^2 v_{i,j} + b_{ij} + \lambda_{ij}^2 v_{i,j}^0 + b_{ij}^0) \end{cases}, \quad (1.4.2)$$

$$\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^{\pm} \mp \lambda_{ij} (v_i - v_i^{\pm}) = \frac{\tau}{2} (b_{ij} + b_{ij}^{\pm} \mp \lambda_{ij} [a_{ij} + a_{ij}^{\pm} + F_i + F_i^{\pm}]). \quad (1.4.3)$$

(1.4.3) есепке алмағанда σ_{ij} , v_i функцияларын (1.4.2) көмегімен алуға болады:

$$\lambda_{ij}^2 v_{i,j} \mp \lambda_{ij} \sigma_{ij,j} = b_{ij}^{\pm} - \dot{\sigma}_{ij}^0 \pm \lambda_{ij} (\dot{v}_i^0 - a_{ij}^{\pm} - F_i^{\pm}) + \frac{2}{\tau} (\sigma_{ij}^{\pm} - \sigma_{ij}^0 \pm \lambda_{ij} [v_i^0 - v_i^{\pm}]), \quad (1.4.4)$$

онда

$$\begin{cases} \dot{v}_i^0 = \sigma_{ij,j}^0 + a_{ij}^0 + F_i^0, \\ \dot{\sigma}_{ij}^0 = \lambda_{ij}^2 v_{i,j}^0 - b_{ij}^0. \end{cases} \quad (1.4.5)$$

σ^{\pm}_{ij} ; v^{\pm}_i функциясының және a^{\pm}_{ij} ; b^{\pm}_{ij} туындысының белгісіз мәндері Лагранж формуласы бойынша квадраттық және сызықтық интерполяциялаумен сәйкес есептеуге болады. [15, 20]. Лагранж формуласы бойынша интерполяция кезінде толқындардың "үдеуі" әсері байқалады. Бұл әсер толқындық кедергілер үдерісінде орын алады, сондықтан интерференциялық үлгіні айтарлықтай бұрмалауы мүмкін. Осыған байланысты, интерполяцияны қолданатын айырмашылық схемасы тек толқындардың араласуы ерекше түрде ескерілген немесе бұл үдеріс нашар көрінетін жағдайларда ғана қолданыла алады. Интерполирлеу процедурасымен енгізілетін бұрмалаулар кеңістіктік айнымалы

бойынша тор қадамына қарағанда аз. Алайда, бұл жол пайдаланылатын ЭЕМ жады көлемімен шектеледі және ұзақ уақыт аралығындағы айырымдық схема орнықтылығын жоғалтады [14].

Тор қатынасын және айырымдық схеманың тұрақтылығын жақсарту үшін интерполяция орнына аппроксимация қолданылады. Бұл жағдайда айырымдық теңдеулердің тәуелділік аймағы және дифференциалдық теңдеудің тәуелділік аймағы барынша жақындайды, ал шекаралық нүктелерде айырымдық теңдеу қосымша интерполяцияларды енгізбей есептеледі.

(1.4.4) мәнде түйіндік емес нүктелерде белгісіз функциялар мен туынды мәндер τ қадамына қатысты тиісінше, екінші және бірінші ретке дейінгі дәлдікпен түйінді нүктеге жақын Тейлор формуласы бойынша есептеледі.

(1.4.5) оң жағын (1.4.4) ескере отырып, осылай жазуға болады:

$$\begin{aligned} & b_{ij}^{\pm} - \dot{\sigma}_{ij}^0 \pm \lambda_{ij} \left(\dot{v}_i^0 - a_{ij}^{\pm} - F_i^{\pm} \right) + \frac{2}{\tau} \left(\sigma_{ij}^{\pm} - \sigma_{ij}^0 \pm \lambda_{ij} \left[v_i^0 - v_i^{\pm} \right] \right) = \\ & = b_{ij}^0 \mp \lambda_{ij} \tau b_{ij,j}^0 - \dot{\sigma}_{ij}^0 \pm \lambda_{ij} \left(\dot{v}_i^0 - a_{ij}^0 \pm \lambda_{ij} \tau a_{ij,j}^0 - F_i^{\pm} \right) + \\ & + \frac{2}{\tau} \left(\sigma_{ij}^0 \mp \lambda_{ij} \tau \sigma_{ij,j}^0 + \frac{\lambda_{ij}^2 \tau^2}{2} \sigma_{ij,jj}^0 - \sigma_{ij}^0 \mp \lambda_{ij} \left[v_i^0 \mp \lambda_{ij} \tau v_{i,j}^0 + \frac{\lambda_{ij}^2 \tau^2}{2} v_{i,jj}^0 - v_i^0 \right] \right) = \\ & = \lambda_{ij}^2 \left(v_{i,j}^0 + \tau \left[\sigma_{ij,jj}^0 + a_{ij,j}^0 \right] \right) \mp \lambda_{ij} \left(\sigma_{ij,j}^0 + \tau \left[\lambda_{ij}^2 v_{i,jj}^0 + b_{ij,j}^0 \right] + F_i^{\pm} - F_i^0 \right). \end{aligned}$$

Сонда (1.4.4) мына түрде жазылады:

$$\lambda_{ij}^2 v_{i,j} \mp \lambda_{ij} \sigma_{ij,j} = \lambda_{ij}^2 \left(v_{i,j}^0 + \tau \left[\sigma_{ij,jj}^0 + a_{ij,j}^0 \right] \right) \mp \lambda_{ij} \left(\sigma_{ij,j}^0 + \tau \left[\lambda_{ij}^2 v_{i,jj}^0 + b_{ij,j}^0 \right] + F_i^{\pm} - F_i^0 \right)$$

немесе

$$\sigma_{ij,j} \mp \lambda_{ij} v_{i,j} = \sigma_{ij,j}^0 + \tau \left[\lambda_{ij}^2 v_{i,jj}^0 + b_{ij,j}^0 \right] + F_i^{\pm} - F_i^0 \mp \lambda_{ij} \left(v_{i,j}^0 + \tau \left[\sigma_{ij,jj}^0 + a_{ij,j}^0 \right] \right). \quad (1.4.6)$$

Жүйенің әр теңдеуін (1.4.6) бірдей жұп индексімен жинай және шегере отырып, мына формуланы алуға болады:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j} &= \sigma_{ij,j}^0 + \tau \left[\lambda_{ij}^2 v_{i,jj}^0 + b_{ij,j}^0 \right] + \frac{1}{2} \left(F_i^- + F_i^+ - 2F_i^0 \right) \\ v_{i,j} &= v_{i,j}^0 + \tau \left[\sigma_{ij,jj}^0 + a_{ij,j}^0 \right] + \frac{1}{2\lambda_{ij}} \left(F_i^- - F_i^+ \right) \end{aligned} \quad (1.4.7)$$

$t_n + \tau$ уақыт кезінде зерттелетін дененің түйіндік нүктелерінде σ_{ij} және $v_i (i,j=1,2)$ белгісіздерге қатысты теңдеулердің құлдырау жүйесін (1.3.3) алу рәсімі зерттелетін аймақтың ішкі және шекаралық нүктелері үшін әртүрлі.

Ішкі нүктелері үшін шешуші теңдеулер.

Ішкі нүктелер үшін айырымдық теңдеулерді алу тәртібі:

– зерттеу аймағындағы $O(x_1^0, x_2^0, t_0)$ түйіні үшін квадрат тор жүйесіндегі (1.4.2) және (1.4.7) теңдеулер жүйесінің оң жағындағы функциялардың туындыларын орталық айырымдармен анықтайды:

$$f_{,1} = (f_{,1})_{i,j} = \frac{1}{2h} \left[(f)_{i+1,j} - (f)_{i-1,j} \right];$$

$$f_{,2} = (f_{,2})_{i,j} = \frac{1}{2h} \left[(f)_{i,j+1} - (f)_{i,j-1} \right];$$

$$f_{,11} = (f_{,11})_{i,j} = \frac{1}{h^2} \left[(f)_{i+1,j} - 2(f)_{i,j} + (f)_{i-1,j} \right];$$

$$f_{,22} = (f_{,22})_{i,j} = \frac{1}{h^2} \left[(f)_{i,j+1} - 2(f)_{i,j} + (f)_{i,j-1} \right];$$

$$f_{,12} = (f_{,12})_{i,j} = \frac{1}{4h^2} \left[(f)_{i+1,j+1} + (f)_{i-1,j-1} - (f)_{i+1,j-1} - (f)_{i-1,j+1} \right];$$

онда h – шаршы тор қадамы; i, j – туындылар мәнін тапқан түйіннің координаталық нөмірлері.

- (1.4.2) теңдеудегі ($t=t_0+\tau$) қабаттағы $\sigma_{ij,j}$; $v_{i,j}$; a_{ij} ; b_{ij} туындылары (1.4.7) теңдеулер жүйесінен анықталады;
- белгілі қабаттағы белгісіз функциялардың мәндері және туындының табылған мәндері ($t=t_0$), бастапқы уақытта бастапқы шарттан анықталатын (1.4.2) теңдеулерге орналастыра отырып, $t=t_0+\tau$ уақытта белгісіз функциялардың мәнін анықтайды.

Шекаралық нүктелеріндегі шешуші теңдеулер

Уақыт t_0 қабатындағы қажетті шамалардың берілген немесе есептелген мәндері бойынша $t=t_0+\tau$ қабатында зерттелген аймақтың D шекаралық нүктелерінде ерітіндісін табу үшін қолданылатын айырымдық теңдеулер (1.4.2) және (1.4.6) теңдеулер жүйесі арқылы анықталады. (1.4.6) теңдеуден алынған есептерде D аймағына тиесілі емес екі сипаттамада екі шарт пайдалануға болмайды. Осылайша, ішкі нүктелермен салыстырғанда теңдеулер саны (1.4.6) екіге қысқарады. Қалған теңдеулердің жиынтығы (1.4.2), (1.4.6) және екі шекаралық шарт 13 белгісіз (8 туынды және 5 іздестірілетін функцияларға қатысты тұйық) сызықты жүйе болып табылады. Осы белгісіз функциялардың мәндерін D аумағының шекаралық нүктелерінде есептеу кезінде, x_1 және x_2 осьтерінің бағыты бойынша бірінші және екінші туындылардың мәндері функциялардың өздерінің мәндерінен t_0 қабатындағы түйін нүктелерінде есептелуі керек. Шекарада мұндай есептеулерде ішкі нүктелер үшін орын алған сияқты орталықтанған айырмашылықтарды пайдалану мүмкін емес. Мұнда қажет болған жағдайда көрші түйіндік нүктелерде бір бағытта функцияның мәнін пайдаланатын "алға" немесе "артқа" айырмашылықтарын пайдалану керек. Мысалы, $x_1=0$ шекарасында:

$$(f_{,1})_{i,j} = \frac{1}{2h} \left[4(f)_{i+1,j} - (f)_{i+2,j} - 3(f)_{i,j} \right];$$

$$(f_{,2})_{i,j} = \frac{1}{2h} \left[(f)_{i,j+1} - (f)_{i,j-1} \right];$$

$$(f_{,11})_{i,j} = \frac{1}{h^2} \left[(f)_{i,j} - 2(f)_{i+1,j} + (f)_{i+2,j} \right];$$

$$(f_{,22})_{i,j} = \frac{1}{h^2} \left[(f)_{i,j+1} - 2(f)_{i,j} + (f)_{i,j-1} \right];$$

$$(f_{,12})_{i,j} = \frac{1}{4h^2} \left[4(f)_{i+1,j+1} - (f)_{i+2,j+1} - 3(f)_{i,j+1} - 4(f)_{i+1,j-1} + (f)_{i+2,j-1} + 3(f)_{i,j-1} \right].$$

Сәулеленудің шексіз жағдайларын модельдеу үшін еркін түрде шектеуді орнатамыз, шекаралар жарықтан алыс және зерттелетін уақыт аралығында $(0; T)$ соққы толқындары оларға жетпеген. Үш шекара орнатамыз, алғашқы екеуі теңдеумен анықталады $|x_2| = 6L + 2d$ (дененің оң және сол жағында), ал үшіншісін $x_1 = 7L$ теңдеумен (төменгі шекарасы), және оларға мынадай шарттар қоямыз:

$$\sigma_{ij} = 0, \quad v_i = 0, \quad i, j = 1, 2.$$

Екінші ретті дәлдіктің әзірленген айқын айырмалық сұлбасын пайдалану t_0 алдыңғы қабаттың түйіндерінде олардың белгілі мәндері бойынша уақытша қабаттың $t_0 + \tau$ түйіндерінде белгісіз шамалардың мәндерін орнатуға мүмкіндік береді.

1.6 Сандық шешімнің дәлдігі мен тұрақтылығы

Айырымдық теңдеулер жүйесі (1.4.2) дифференциалдық теңдеулер жүйесін жеке туындыларда интегралдау нәтижесінде алынады (1.3.3) және бастапқы жүйенің шешімімен сәйкес келетін шешімге әкелуі тиіс. Жеке туындылардағы теңдеулердің жалпы теориясы бұл үшін бастапқы және шекаралық жағдайлардағы есептерде уақыт бойынша және координатада қадамдардың торға қатынасына белгілі бір шектеулерді талап етеді, олар мынадай түрде ұсынылуы мүмкін [11]:

$$\left| \frac{\tau c_{ij}}{h} \right| \leq 1, \quad (1.5.1)$$

онда c_{ij} гиперболалық жүйенің коэффициенті болып табылады. Осындай шектеулер физикалық тұрғыдан гипер-конустың шыңында гипер-конустың

бетімен шектелген аймақтағы бастапқы мән бойынша көрінеді, яғни, қажетті нүктедегі шешім әсер ету аймағы арқылы анықталады.

Қарастырылып отырған аймақтың кез келген нүктесінде есептеу уақытын арттырумен өсе түсетін әдіс қатесі бар. Мұндай қателердің көрші нүктелерде іздеу нүктесінде шешім нәтижесіне әсері тор қатынасының азаюына қарай аз болады. Алайда, бұл жол пайдаланылатын ЭЕМ жады көлемінің шектеулігіне және ұзақ уақыт бөліктеріндегі айырымдық схемаға байланысты орнықтылығын жоғалтуы мүмкін [16, 17, 21].

Нейман шартынан туындайтын тор сипаттамасының тұрақтылығының қажетті шарты (кеңейтілген матрицаның спектральды радиусы бірліктен аспайды) түрінде табылып:

$$\max_{i,j=1,2} \left| \frac{\tau \lambda_{ij}}{h} \right| \leq 1, \quad (1.5.2)$$

Куранта – Фридрихса – Левишартын білдіреді. Одан әрі есептеулерді жүргізу кезінде кеңістіктік – уақытша тор қадамдары орнықтылық шарттарына (1.5.1) және (1.5.2) сәйкес таңдалады.

Көптеген есептер эксперименталды тексерілді, бұл шарт $\left| \frac{\tau}{h} \right| \leq \frac{1}{2}$ ұзақ уақыт

үшін тұрақтылықты қамтамасыз етеді [14].

Тарабриннің дамып келе жатқан есептік схемасының дәлдігін тексеру үшін Ламе тапсырмасы шешілді. Талдамалы шешімнің белгілі нәтижесімен айырымдық шешімді салыстыру уақытына байланысты елеусіз қателікті көрсетеді. Сондай-ақ, Тарабрин мен Клифтонның сандық әдістерін салыстыру жүргізілді. Қарапайымдылық үшін зерттелетін дененің біртекті бөлігі үшін ғана есептеу нәтижелері салыстырылады. x_1, x_2 координаттар жүйесіндегі соңғы өлшемдердің тік бұрышты көлденең қимасы бар біртекті жолақ $0 \leq x_1 \leq L, |x_2| = l$ аумағын алады. Тікбұрышты аймақта кеңістіктік сипаттамалар әдісімен (Клифтон әдісі) және ыдыратуды қолдана отырып (Тарабрин әдісі) есептің сандық шешімі алынды. Бұл шешімдерді салыстыру бойлық толқынның ең қарқынды фронтында айырмашылық 11% - дан 25% - ға дейін (салыстырмалы айырмашылық) құрайтынын көрсетеді. Ішкі және шекаралық нүктелерде бұл шешімдер іс жүзінде сәйкес келеді, ал бұрыштық нүктелерде күрт ерекшеленеді. Шешім нәтижесіндегі елеулі айырмашылық келесідей түсіндіріледі. Клифтон әдісінің бұрыштық нүктесінде шешуші теңдеулер айналу шараларының теңдеулерін тарту есебінен, ал Тарабрин әдісінің шекаралық функцияларды дифференциалдау жолымен алынады. Тарабрин әдісімен табылған нәтижелер $v_i; \sigma_{ij}$ бұрыштық және оған іргелес нүктелерде өте тегіс, ал олар Клифтон әдісімен алынған нәтижелер уақыттың бастапқы кезінде де тез өседі. Тарабрин әдісімен алынған шешім дәлдігін инженерлік мақсаттар үшін өте қанағаттанарлық деп санауға болады, әсіресе ізделінетін шамалардың мінез-құлқының сапалық сипаты дұрыс берілген [17-19].

Осылайша, 1.3 -1.4 тарауларда қарастырылған есептеу әдістемесі бойлық, көлденең жүктемелердің әрекеті кезінде тегіс біртекті және біртекті емес денелерде динамикалық ауытқулардың таралу ерекшеліктері мен кернеулі - деформацияланған күйді талдау үшін пайдаланылуы мүмкін [28-29].

2 Тікбұрышты серпінді дененің сыртқы күштердің әсер етуінің кейбір жағдайлары

2.1 Компьютерлік модельдеу. Бағдарлама қойлымы

Динамикалық бағдарламалау – бұл 1950-1953 жылдары пайда болған және қалыптасқан белгілі бір құрылымның экстремалды мәселелерін шешудің есептеу әдісі. Р.Беллманның тауарлық-материалдық құндылықтарды басқарудың динамикалық мәселелері жөніндегі жұмысының арқасында. Динамикалық бағдарламалау дегеніміз – бұл міндетті түрде ғаламдық максимумға жетелейтін опциялардың бағытталған тізбектелген тізімі.

Динамикалық бағдарламалау – бұл шешім қабылдау және басқару процесі болуы мүмкін оңтайлы басқару бөлімдерінің бірі жеке кезеңдерге бөлінеді. Кезеңдердің әрқайсысында бастапқы мәселеге байланысты кейбір нақты есептердің шешімі анықталады, әрбір келесі кезеңнің нәтижелері алдыңғы кезеңнің нәтижелеріне байланысты болады.

Динамикалық бағдарламалау принципін қолдануға болатын тапсырмалардың негізгі қасиеттері:

- тапсырманы n -саты ;
- шешім қабылдау процесі ретінде түсіну керек;
- тапсырма кез-келген ;
- қадамға анықталуы керек және олардың санына тәуелді емес құрылымға ие болуы керек;
- k -қадамдық есепті қарастырған кезде сипаттайтын параметрлер жиынтығы көрсетілуі керек айнымалылардың оңтайлы мәндері тәуелді болатын жүйенің күйі;
- Сонымен қатар, бұл қадам қадамдар санының артуымен өзгермеуі керек;
- k -сатыдағы шешім (бақылау) таңдау алдыңғы шешімдерге әсер етпеуі керек, қажет болған жағдайлардан басқа;
- айнымалыларды қайта есептеу [29-33].

Расчет напряженного состояния изотропного тела

Скорость распространения объемных волн (м/с) $c_1 =$

Скорость распространения сдвиговых волн (м/с) $c_2 =$

Плотность тела (кг/м³) $\rho =$

Длина (м) $L_1 =$ Длина (м) $L_2 =$

Характерная длина (м) $L =$

В безразмерных величинах

Шаг по координатам h Шаг по времени t

Количество узлов по (x_1, x_2) \rightarrow

Количество узлов по времени \rightarrow

что соответствует

Скорость распространения объемных волн $c_1 =$

Скорость распространения сдвиговых волн $c_2 =$

Плотность тела $\rho =$ Длина $L_1/L =$ Длина $L_2/L =$

Граничные условия

при $X_1=0 \Rightarrow G_{11} =$ $\cdot \sin($ $\cdot t) +$ $\cdot t \cdot \exp($ $\cdot t), G_{12}=0.$

при $X_2= L_2/2 \Rightarrow G_{22} =$ $\cdot \sin($ $\cdot t) +$ $\cdot t \cdot \exp($ $\cdot t), G_{12}=0.$

при $X_2=-L_2/2 \Rightarrow G_{22} =$ $\cdot \sin($ $\cdot t) +$ $\cdot t \cdot \exp($ $\cdot t), G_{12}=0.$

при $X_1=L_1 \Rightarrow V_1 =$ $\cdot \sin($ $\cdot t), V_2 =$ $\cdot \sin($ $\cdot t).$



2.1 Сурет – Бағдарлама қойылымы

Сүзу өрістерге шарт қою арқылы жүзеге асырылады. Шартты қою үшін $\langle, \leq, \geq, >, =, \neq, \langle \rangle$, және, немесе, емес мәндерін қолданыңыз. Мысалы: $x_1 = 1$ және $y_j = 2$.

Бағдарлама қойылымындағы шарттар:

“Скорость распространения объемных волн (дене толқындарының таралу жылдамдығы) (м/с) $c_1/c_1 = 5817$ ”,

“Скорость распространения объемных волн (дене толқындарының таралу жылдамдығы) (м/с) $c_2/c_1=3109$ ”,

“Плотность теле (дене тығыздығы) (кг/м³) $\rho = 7900$ ”

“Длина (ұзындық) $L_1 =$ ”, “Длина(ұзындық) $L_2 =$ ” белгісіздер

Келесі “Вычисление” - батырмасын басқанда келесі есептеулер анықталады.

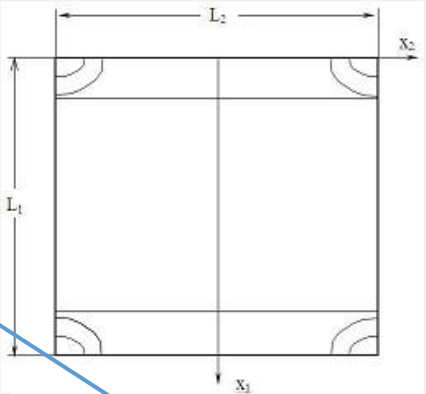
Расчет напряженного состояния изотропного тела

Скорость распространения объемных волн (м/с) $c1 = 5817$
Скорость распространения сдвиговых волн (м/с) $c2 = 3109$
Плотность тела (кг/м³) $\rho = 7900$
Длина (м) $L1 = 20$ Длина (м) $L2 = 10$
Характерная длина (м) $L = 20$

Шаг по координатам $h = 0.05$ Шаг по времени $t = 0.025$
Количество узлов по $(x1, x2) \rightarrow 20 \quad 10$
Количество узлов по времени $\rightarrow 300$
что соответствует 0.0258 секунд

Скорость распространения объемных волн $c1/c1 = 1$
Скорость распространения сдвиговых волн $c2/c1 = 0.534$
Плотность тела $\rho/\rho = 1$ Длина $L1/L = 1$ Длина $L2/L = 0.5$

Граничные условия
при $X1=0 \Rightarrow G11 = 0 \cdot \sin(0 \cdot t) + -1 \cdot t \cdot \exp(-1 \cdot t)$, $G12=0$.
при $X2= L2/2 \Rightarrow G22 = 0 \cdot \sin(0 \cdot t) + 0 \cdot t \cdot \exp(0 \cdot t)$, $G12=0$.
при $X2=-L2/2 \Rightarrow G22 = 0 \cdot \sin(0 \cdot t) + 0 \cdot t \cdot \exp(0 \cdot t)$, $G12=0$.
при $X1=L1 \Rightarrow V1 = 0 \cdot \sin(0 \cdot t)$, $V2 = 0 \cdot \sin(0 \cdot t)$.



2.2 Сурет – Расчет напряженного состояние изотропного тела (Изотропты дененің кернеулі күйін есептеу) есептеулер

Келесі “Таблица решения ” басқанда төмендегі $x1=1$ and $x2=2$ кестесі көрсетілген.

N_TIME	X1	X2	S11	S12	S22	V1	V2
1	1	2	0	0	0	0	0
2	1	2	-0,00914	0	-0,00391	0,00914	0
3	1	2	-0,0247	5E-5	-0,0106	0,02456	4E-5
4	1	2	-0,04404	0,00027	-0,01843	0,04381	-0,00051
5	1	2	-0,06495	0,00071	-0,02591	0,06487	-0,00023
6	1	2	-0,0859	0,00137	-0,03202	0,08633	-0,00567
7	1	2	-0,10605	0,00221	-0,0363	0,10735	-0,01065
8	1	2	-0,12506	0,00312	-0,03871	0,12757	-0,017
9	1	2	-0,14292	0,004	-0,03952	0,14689	-0,02433
10	1	2	-0,15972	0,00477	-0,03909	0,16539	-0,03224
11	1	2	-0,17559	0,00535	-0,03778	0,18318	-0,04038
12	1	2	-0,1906	0,00571	-0,03588	0,20034	-0,04847
13	1	2	-0,2048	0,00584	-0,03361	0,2169	-0,05629
14	1	2	-0,2182	0,00576	-0,03107	0,23288	-0,06366
15	1	2	-0,23078	0,00548	-0,0283	0,24824	-0,07041
16	1	2	-0,24255	0,00504	-0,02527	0,26298	-0,07641
17	1	2	-0,25351	0,00446	-0,02193	0,27708	-0,08154
18	1	2	-0,26369	0,00377	-0,0182	0,29054	-0,08572
19	1	2	-0,27313	0,00298	-0,01402	0,30338	-0,08887
20	1	2	-0,28189	0,00212	-0,00936	0,31561	-0,09096
21	1	2	-0,29004	0,00121	-0,00422	0,32724	-0,09198
22	1	2	-0,29766	0,00027	0,00132	0,33827	-0,09193
23	1	2	-0,30482	-0,00068	0,00717	0,34869	-0,09083
24	1	2	-0,31158	-0,00163	0,01319	0,35847	-0,08872
25	1	2	-0,318	-0,00257	0,01921	0,36758	-0,08564
26	1	2	-0,32411	-0,00348	0,02504	0,37598	-0,08164
27	1	2	-0,32992	-0,00435	0,03052	0,38363	-0,07676
28	1	2	-0,33543	-0,00516	0,0355	0,39047	-0,07106

x1=1 and x2=2 Фильтровать

2.3 Сурет – $x1=1$ and $x2=2$ қойылымы

Сүзу өрістерге шарт қою арқылы жүзеге асырылады. Шарт қою үшін $<$, $<=$, $>$, $>=$, $=$, $<>$, және, немесе, емес мәндерін қолданыңыз. Мысалы: $x_i = 1$ және $y_j = 2$. Келесі мысалда тек $x2=2$ шарты орындалып тұр.

Таблица числового решения

N_TIME	X1	X2	S11	S12	S22	V1	V2
1	0	2	-0,02438	0	-0,01045	0,02438	0
1	1	2	0	0	0	0	0
1	2	2	0	0	0	0	0
1	3	2	0	0	0	0	0
1	4	2	0	0	0	0	0
1	5	2	0	0	0	0	0
1	6	2	0	0	0	0	0
1	7	2	0	0	0	0	0
1	8	2	0	0	0	0	0
1	9	2	0	0	0	0	0
1	10	2	0	0	0	0	0
1	11	2	0	0	0	0	0
1	12	2	0	0	0	0	0
1	13	2	0	0	0	0	0
1	14	2	0	0	0	0	0
1	15	2	0	0	0	0	0
1	16	2	0	0	0	0	0
1	17	2	0	0	0	0	0
1	18	2	0	0	0	0	0
1	19	2	0	0	0	0	0
1	20	2	0	0	0	0	0
2	0	2	-0,04756	0	-0,02038	0,04756	0
2	1	2	-0,00914	0	-0,00391	0,00914	0
2	2	2	0	0	0	0	0
2	3	2	0	0	0	0	0
2	4	2	0	0	0	0	0
2	5	2	0	0	0	0	0
2	6	2	0	0	0	0	0

x2=2 Фильтровать

2.4 Сурет – $x_2=2$ қойылымы

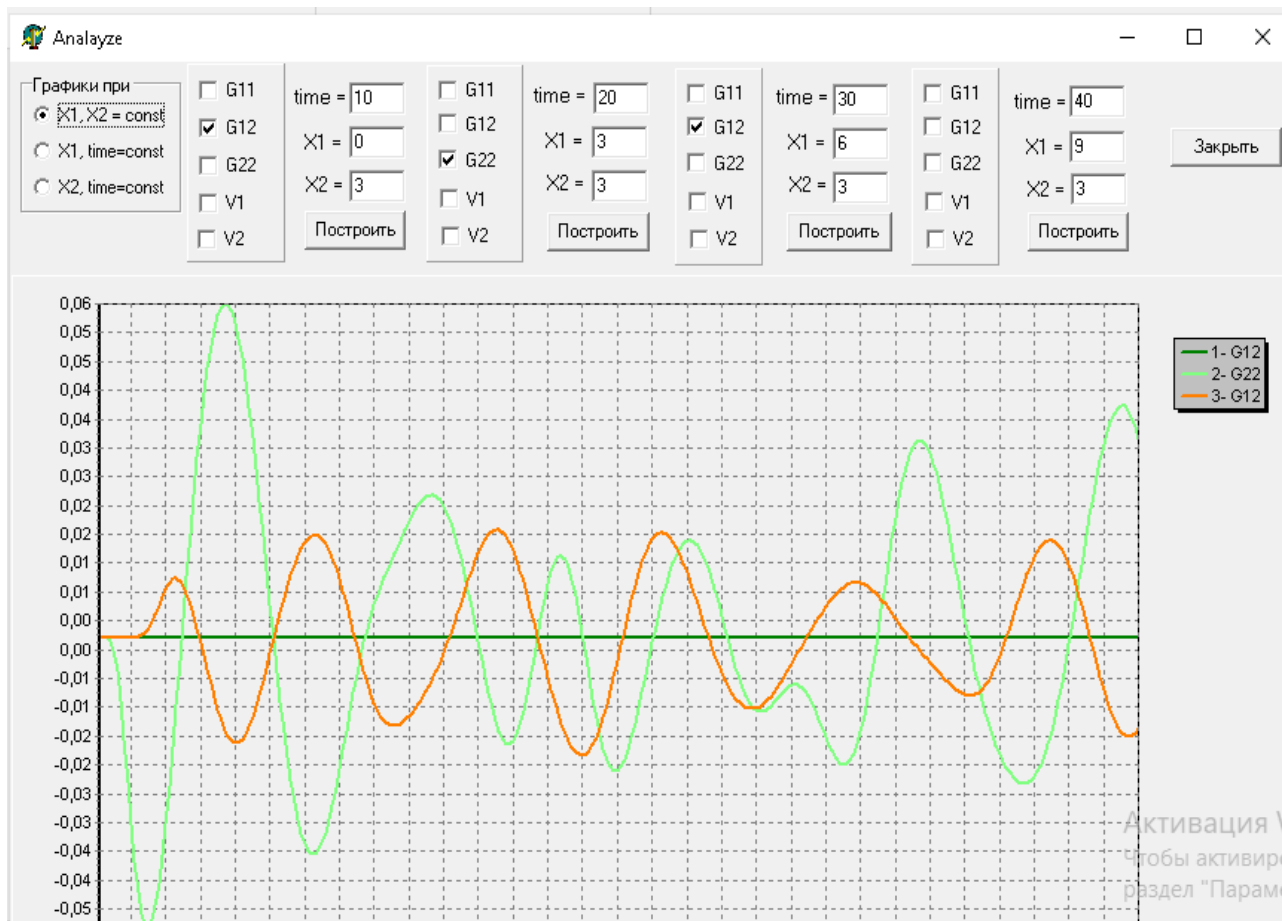
Есептеу мынадай параметрлері бар орта үшін жүргізілді: $\rho=1$, $c_1=\sqrt{\gamma_{11}}=1$, $c_2=\sqrt{\gamma_{12}}=0,577$, жарықтың тереңдігі мен ені $L=1$, $d=0,1$, уақыт аралығы (0; 6). Жарықшада кернеудің секіруі келесі түрде беріледі (2.14-суретке сәйкес):

$$P_1(x,t) = 20 \cdot t \cdot e^{-10t} H(t), \quad P_2(x,t) = 0$$

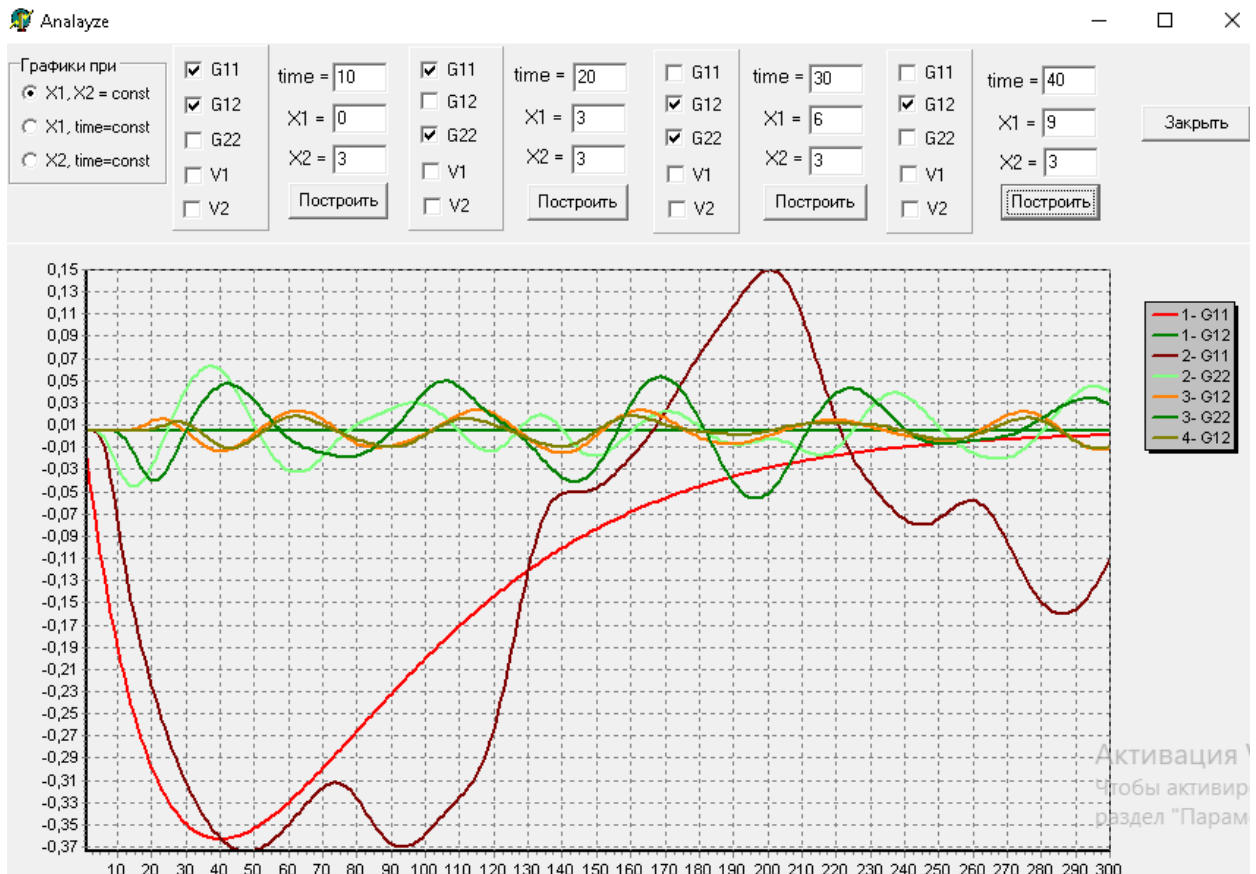
Есептерде кеңістіктік тор бойынша қадамдар $h_1=h_2=h=0,05$ және уақыт бойынша $\tau=0,025$, ал дельта тәрізді функцияның параметрі $\varepsilon = h$.

$O(0; 0)$ нүктесіне $t_1=1$ және $t_2=1,73$ уақыт ішінде, ал $A(0; 1)$ нүктесіне $t_1=1,35$ және $t_2=2,33$, $B(0; 2)$ нүктесіне $t_1=2,15$ және $t_2=3,71$ және C нүктесіне $(0; 3)$ $t_1=1,35$ және $t_2=2,33$, B нүктесіне $(0; 2)$ $t_1 = 2,15$ және $t_2 = 3,71$ және $C(0; 3)$ нүктесіне $t_1=3,07$ мен $t_2=5,31$ уақытта жарықтардан алдыңғы және көлденең толқындар аталған нүктелерге таралуының жылдамдықтары $c_1=1$ және $c_2=0,577$ құрады. 2.3-суретте көрсетілген уақытта тербеліс жылдамдығының пайда болуын байқауға болады және суретте орта қозғалысының табиғи тербелмелі

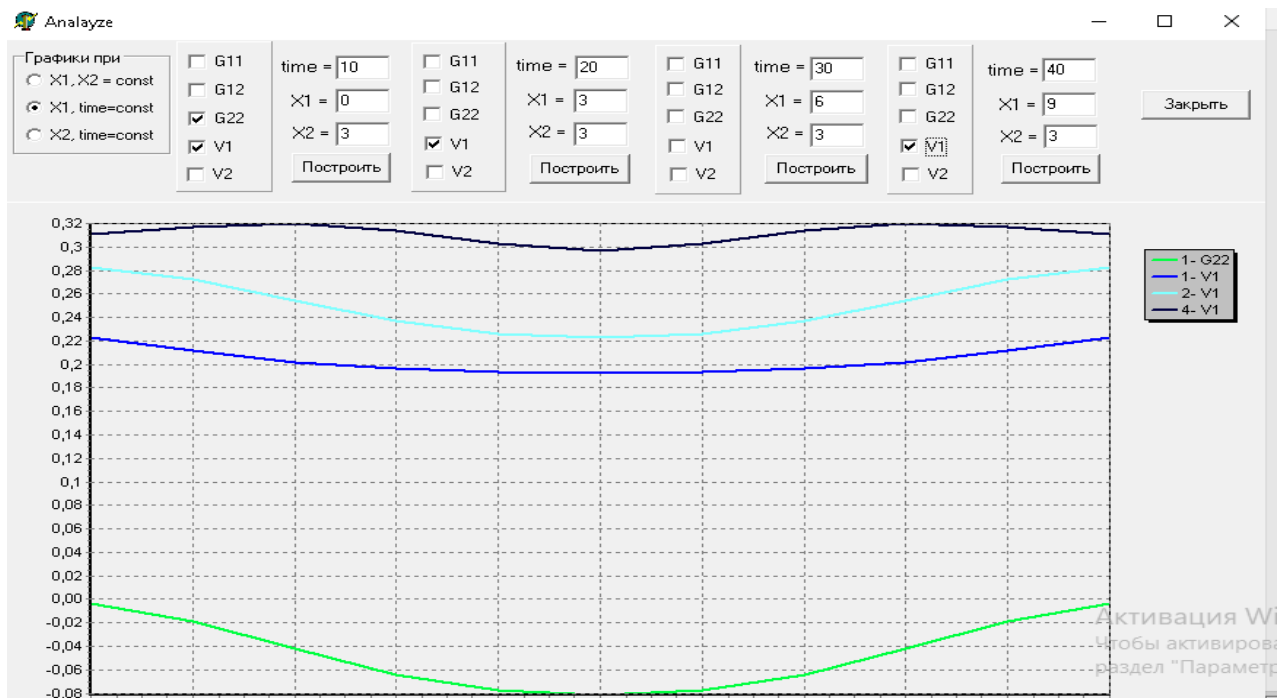
сипатын көрсетеді. Эпицентрде (O нүктесі $v_2=0$, себебі кернеуді түсіруі симметриялы және $O x_1$ осіне параллель жүреді [34].



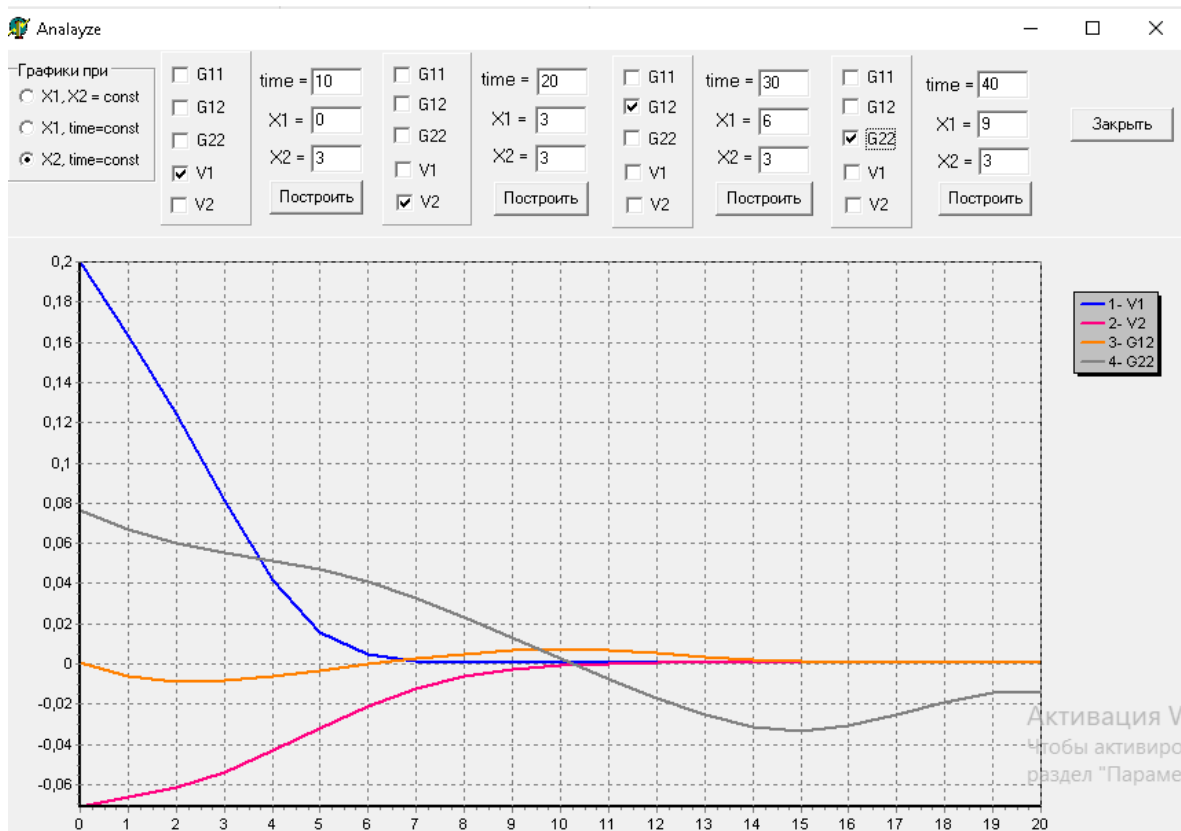
2.5 Сурет – x_1 and $x_2=const$, $G12, G22$, $t=20$ $G12$ графикасы



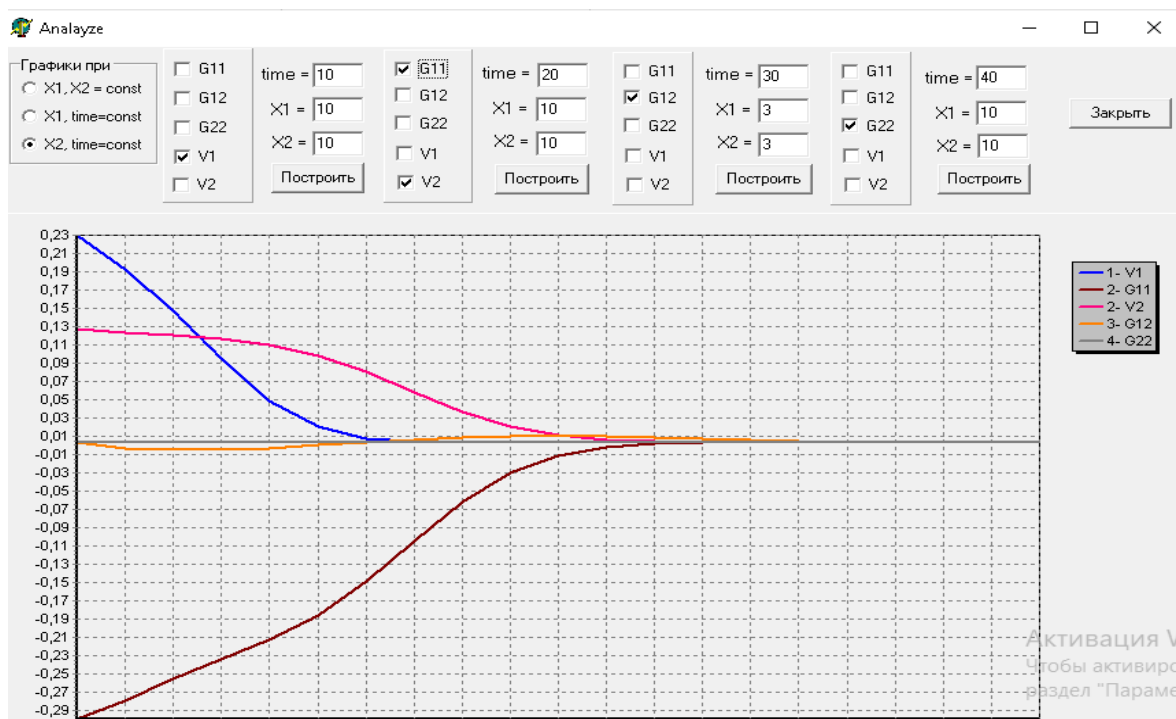
2.6 Сурет – x_1 and $x_2=const$, G_{11}, G_{12} , $t=10$ G_{22} , $t=20$ G_{12} графикасы



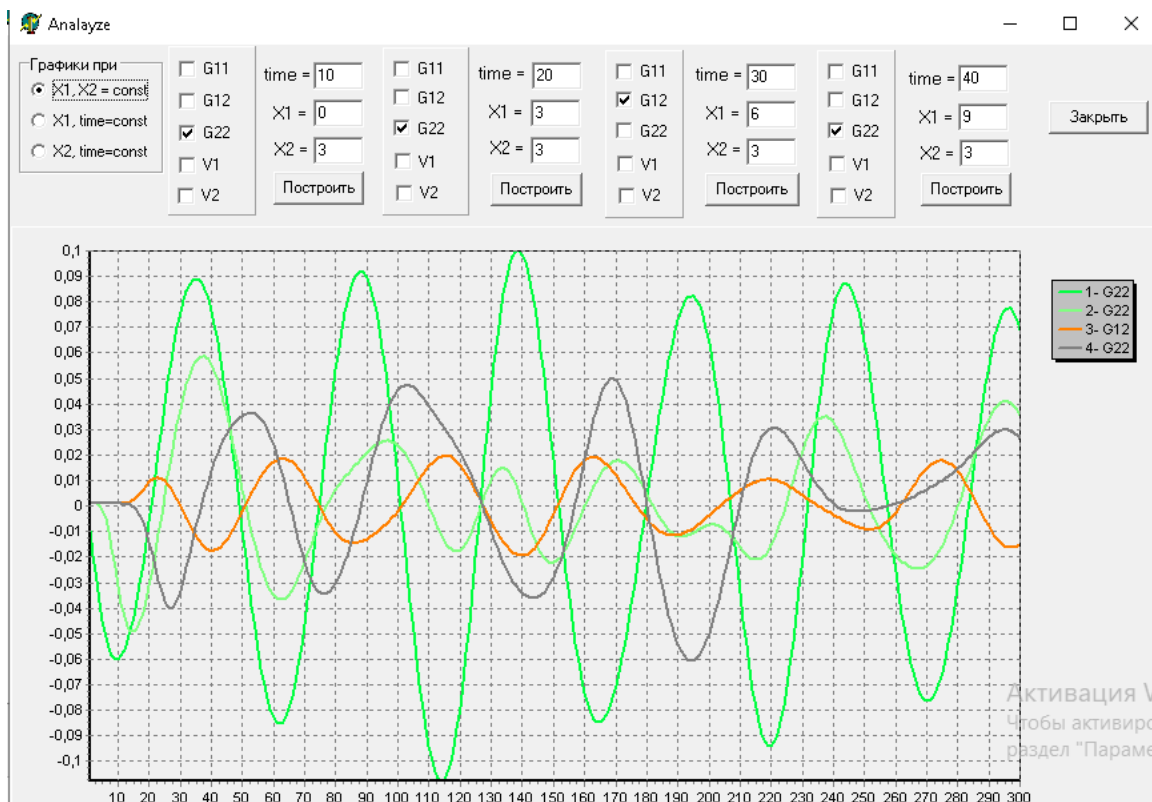
2.7 Сурет – x_1 and $t=const$, G_{22}, V_1 , $t=10$ V_1 , $t=30$ V_1 графикасы



2.8 Сурет – x_2 and $t=const$, V_1 , $t=10$ V_2 , $t=20$ G_{12} графикасы



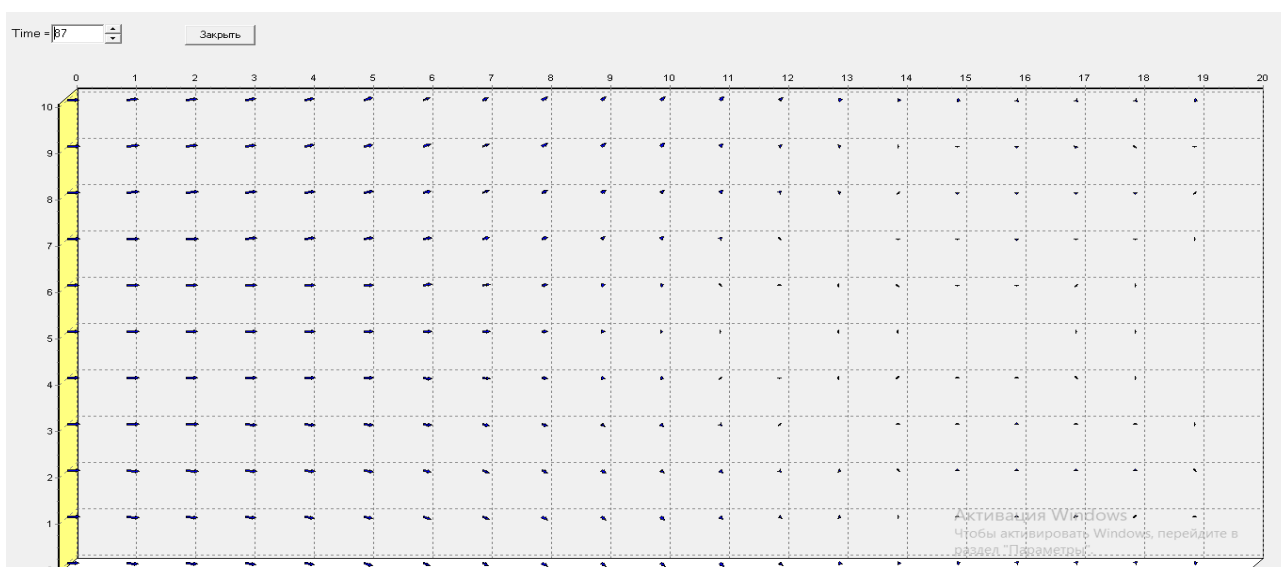
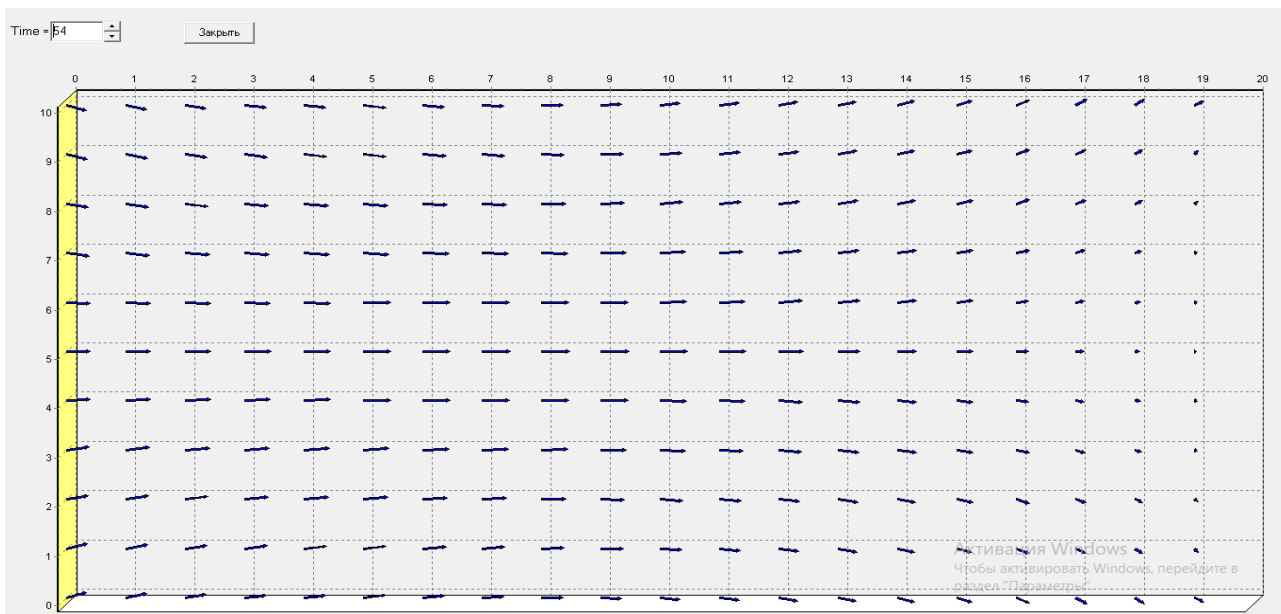
2.9 Сурет – x_2 and $t=const$, V_1 , $t=10$ G_{11} , V_2 , $t=20$ G_{12} $t=30$ G_{22} графикасы



2.10 Сурет – x_1 and $x_2=const$, G_{22} , $t=10$ G_{22} , $t=20$ G_{12} $t=30$ G_{22} графикасы

Көлемдік толқындар мен жылжымалы толқындардың бетпен және бір бірімен өзара әрекеттесуі (шағылысқаннан кейін) әр түрлі толқындарды тудырады, олардың арасында релеевтік бар. 2.8-суретте толқынның күндізгі бетінің бойымен қалай қалыптасқанын байқай аласыз, ол Релей беткі толқынын қалыптастырады. Осы ортада ол $c_R=0,918c_2$ жылдамдығымен таралады, яғни жылжу толқынының таралу жылдамдығына жақын. Жарықтан төмен қарай келе жатқан толқындар кедергіні қарсы алмай, тереңдікпен және уақыт өте келе шашырайды.

2.11–2.12-суреттерде $t = 1,5$ және $t = 2$ уақыт кезінде кернеу тензорының бірінші және екінші инварианттарының изосызықтары салынды [35].



2.11-2.12 Сурет – а) $t=0,5$ және б) $t=1$ кезіндегі екпінді толқындардың шағылысуына дейінгі жылдамдықтардың векторлық өрісі

Өлшемдік көлемдерге ауысу. Есептеулер өлшемсіз параметрлермен жүргізілгендіктен:

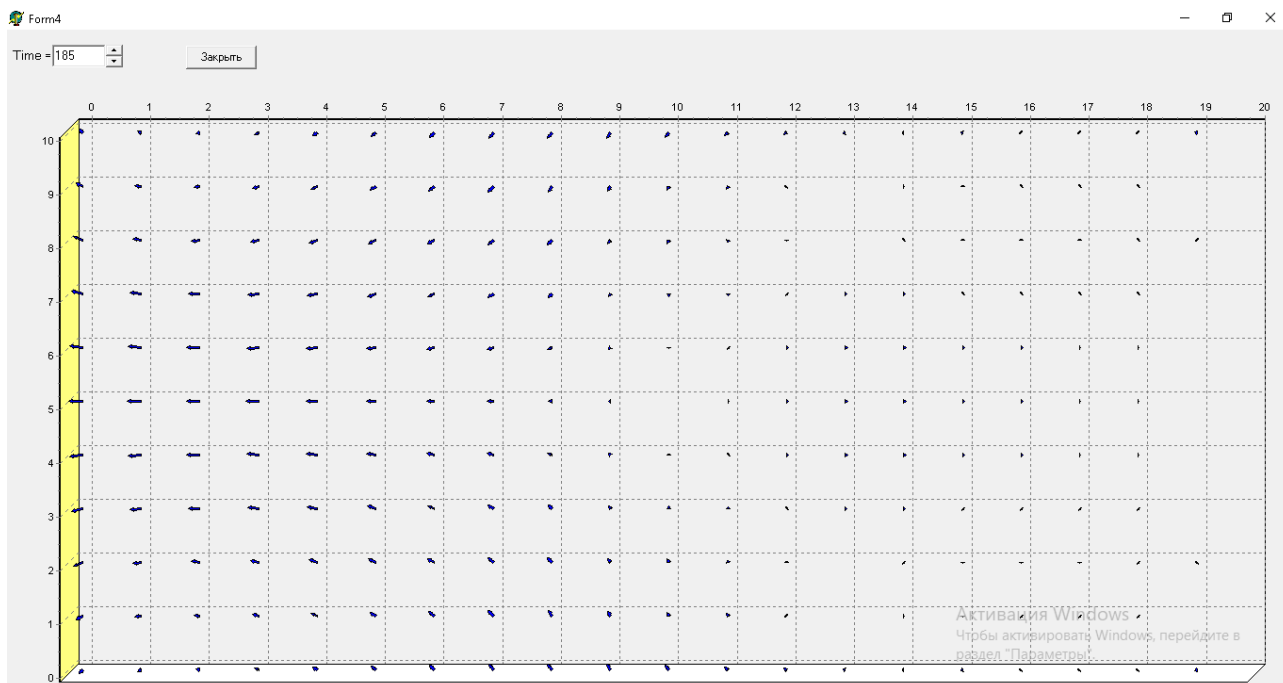
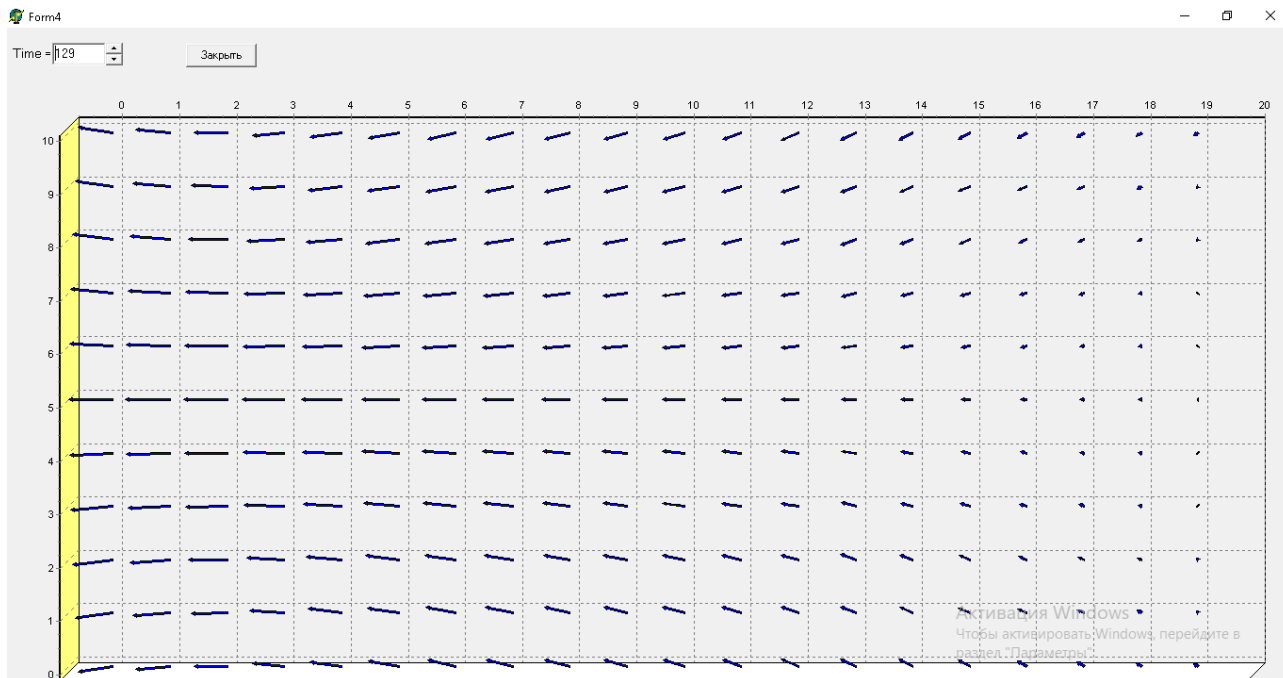
$\rho=1, c_1 = \sqrt{\gamma_{11}} = 1, c_2 = \sqrt{\gamma_{12}} = 0.577$, кез-келген нақты тығыздықты, жарық тереңдігін және $c_2/c_1 = 0.577$ ($\frac{c_2}{c_1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.577$) параметрі, яғни $\mu = \lambda$

сейсмологияда топырақ үшін қолданылады жылдамдықтарды белгілей отырып, келесі формула арқылы көлемдік өлшемдерге өтуге болады:

$$t = \frac{\bar{t} L}{c_1}; \quad x_i = \bar{x}_i L; \quad v_i = \bar{v}_i c_1; \quad \sigma_{ij} = \bar{\sigma}_{ij} \rho c_1^2; \quad F_i = \frac{\bar{F}_i \rho c_1^2}{L},$$

мұндағы сызық өлшемсіз мәнді білдіреді. Әдетте сейсмологияда топырақтар үшін мына параметрді қолданады:

$$\rho = 1600 \text{ кг/м}^3, \quad c_2 = 2000 \text{ м/с}, \quad c_1 = \sqrt{3} c_2 = 3464 \text{ м/с}.$$



2.13-2.14 Сурет – а) $t = 1,5$; б) $t = 2$; в) $t = 3$ шағылысқаннан кейінгі жылдамдықтың векторлық өрісі

а) суретте $t = 40h$ жылдамдықтардың векторлық өрісі көрсетілген, мұнда бойлық жылдамдықтардың басымдылығын көруге болады (векторлардың бағыты бойлық), толқын шекаралық әрекет бағытында таралады. Бос бүйірлік шекараларда векторлардың кішкене тербелісін байқауға болады, ол толқындардың осы шекаралардан шағылуын және осы шекаралардың өзгеру формасын сипаттайды. Төменгі бекітілген ұшында қозғалыс болмайды (оның нөлдік жылдамдығы бар). Төменгі жағында векторлардың бағыттарының өзгеруін көруге болады, толқын шекаралардан шағылысып, кері бағытта жүреді.

б) суретте $t = 100h$ жылдамдықтардың векторлық өрісі көрсетілген, мұнда толқынның шекара әрекеті бағытына қарама-қарсы бағытта қозғалатындығын көруге болады (бойлық жылдамдықтар басым). Бұл түсетін толқынның төменгі бекітілген ұшынан шағылуының нәтижесі [23].

2.2 Тікбұрышты серпінді дененің динамикалық кернеулі жағдайы. Есепті талдау

Есептеу нәтижелерін талдау. Есептеу болат үшін ($\rho=7900 \text{ кг/м}^3$, $c_1=5817 \text{ м/сек}$, $c_2=3109 \text{ м/сек}$) бастапқы деректердің өлшемсіз мәндері кезінде жүргізілді:

$$f(x)=-te^{-t}, \tau=0.025, h=0.05, L_1=0.45, L_2=0.25.$$

Зерттелетін дененің бос беті $|x_1|=0,25$ болғандықтан, уақыт өте келе, бір-біріне шағылысу толқындары қозғалу жылдамдығының, деформация мен кернеудің күрделі сипатын анықтайды [22, 23, 24].

2.9-суретте дене нүктелерінің кернеуленуін анықтайтын толқын типтері сызбаланған. Алдыңғы a фронты 1-сызық болып табылатын ауытқыған a аумағы уақытпен өзгертін, берілген $f(t)$ жүктемесімен анықталады. Жолақтың бұрыштық нүктелері бойлық (v мен d аумағы), сондай-ақ көлденең (b және z аумағы) толқындарды тудыратын ауытқу көздері болып табылады. Ақырында, бекітілген бетінен алдыңғы фронты 2 сызығымен белгіленген, шағылысқан толқын таралады.

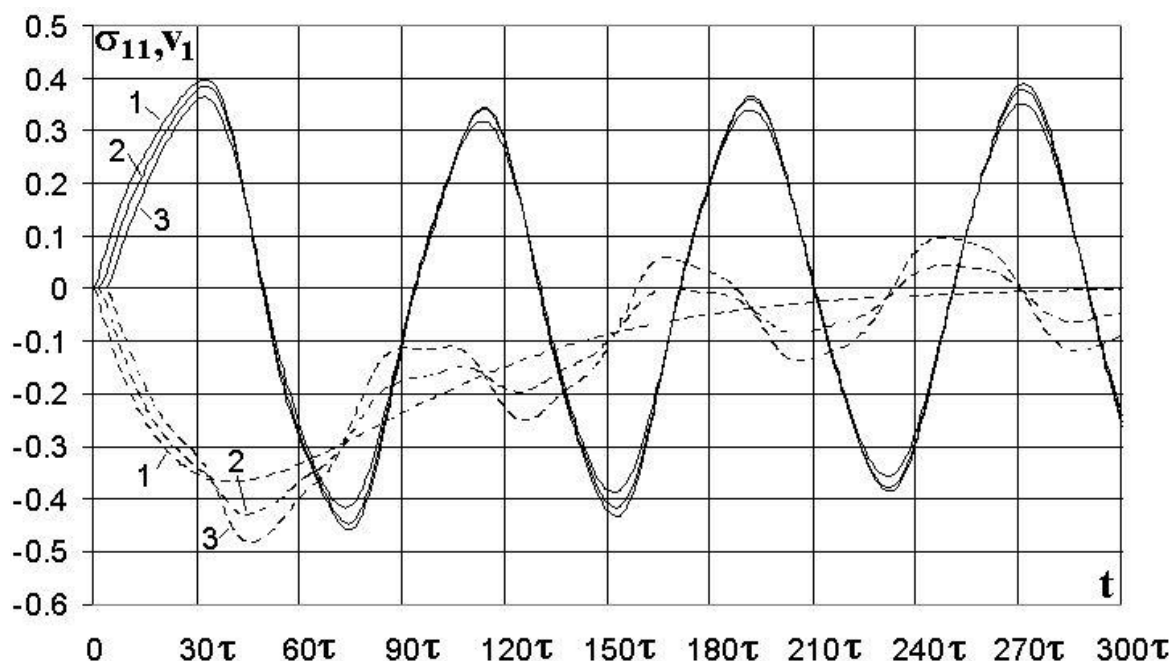
Тұрақтылықты зерттеу нәтижелері 0,5-ке тең τ/h торлы қатынас анағұрлым үлкен уақыт үшін тұрақты нәтижелерді қамтамасыз ететінін көрсетті. Іс жүзінде есептеу $t=300\tau$ - ге дейін орындалды.

Бекітудің симметриялық шарттары және жүктелу сипатына орай $v_1, \sigma_{11}, \sigma_{22}$ баспатқы параметрлері жұп, $x_2=0$ осіне қарай v_2, σ_{12} – тақ болып табылады. Осыған байланысты 2.3-2.5- суреттерде x_2 оң мәндері үшін есептеу нәтижелері келтірілген.

2.12-2.13-суреттердегі осциллограммалар бойлық v_1 және көлденең v_2 бірліктердің жылдамдықтары, қалыпты σ_{11}, σ_{22} және жанама σ_{12} кернеу $t \in [0; 300\tau]$ уақыт аралығында $(x_1=0h; x_2=3h)$, 2 $(x_1=3h; x_2=3h)$, 3 $(x_1=6h; x_2=3h)$ үш

тіркелген бақылау нүктелерінде – 1 ($x_1=0h$; $x_2=3h$), 2 ($x_1=3h$; $x_2=3h$), 3 ($x_1=6h$; $x_2=3h$) ұсынылған.

2.15-суретте қалыпты кернеу σ_{11} (нүктелі қисықтар) және бойлық жылдамдық v_1 (тұтас қисықтар) едәуір дәрежеде x_2 координаты бойынша төменгі қабаттарға тізбектеп өтетін шекаралық әсер нысанын қайталайды. Қалыпты кернеу σ_{11} 1 нүктесінде барлық уақытта берілген шекаралық жағдайға сәйкес теріс мәнді қабылдайды. Ал басқа нүктелерде шекаралық әсер пішінінің қайталануы бекітілген төменгі шекарадан шағылысқан толқынның келу сәтінде бұзылады. Яғни бұл толқынның таралуы негізінен бойлық бағытта жүреді дегенді білдіреді. 70τ -тен бастап, σ_{11} қалыпты кернеуі шекаралық әсер сызығының жанында үйлесімді тербелістермен өзгереді. v_1 бойлық жылдамдығы бұрыштық нүктелерден және бекітілген шекаралардан шығатын дифрагирленген толқындардан өз бағытын өзгертеді, оң импульстен теріс импульске және керісінше кезеңімен ауысып отырады. Амплитуданың өзгеруі баяу жүреді, сонымен бұл, толқынның таралуы негізінен бойлық бағытта жүретінін тағы да растайды [36-37].



2.15 Сурет – v_1 бойлық жылдамдықтар мен кернеу σ_{11}

v_1 бойлық жылдамдықтар (тұтас қисықтар) және қалыпты кернеу σ_{11} (нүктелі қисықтар) осциллограммалары мына нүктелерде:

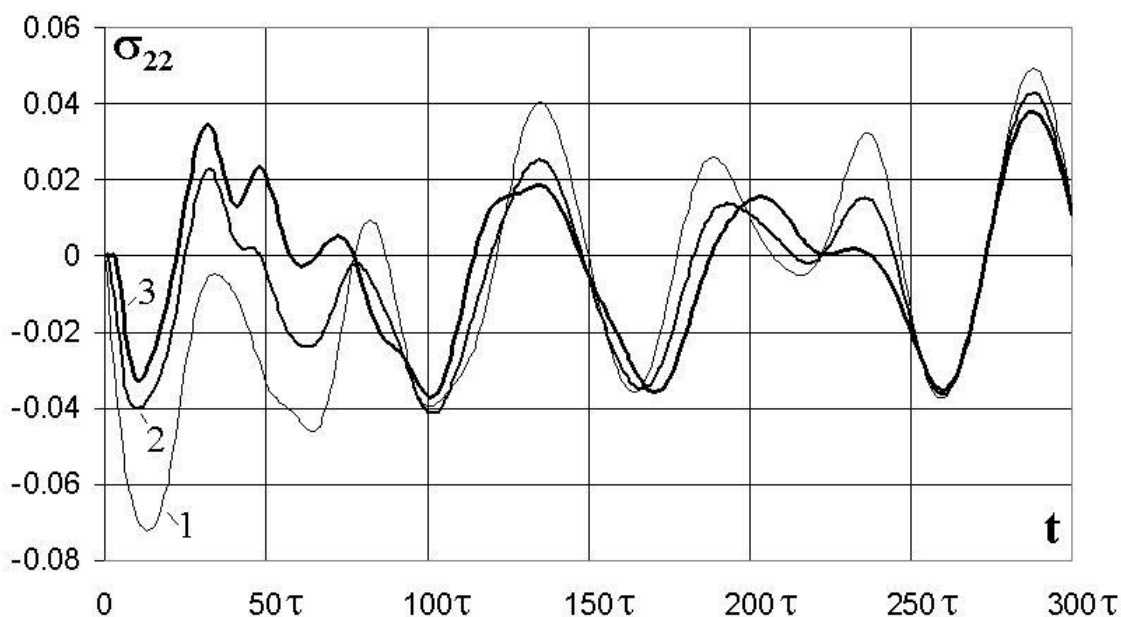
1. ($x_1=0$; $x_2=3h$);
2. ($x_1=3h$; $x_2=3h$);
3. ($x_1=6h$; $x_2=3h$);
4. ($x_1=9h$; $x_2=3h$).

2.16-суретте σ_{22} қалыпты кернеу уақыт бастапқы кезінде x_2 координаты бойынша төменгі қабаттарға тізбектелген, бірақ аз амплитудасы бар шекаралық әсердің нысанын едәуір дәрежеде қайталайтыны көрсетілген. Қалыпты кернеу σ_{22} үйлесімді түрде оң импульстен теріс импульске және керісінше өзгереді.

Сол үш нүктеде v_2 көлденең жылдамдықтардың өзгеруі (тұтас қисықтар), σ_{12} контурлық кернеудің өзгеруі (нүктелік қисықтар) 2.14-суретте көрсетілген. 1-нүктеде ($x_1=0$ шекарада) σ_{12} -ге қатысты кернеу нөлге тең және басқа нүктелерде олар бойлық және көлденең жылдамдықтардың бар болуы тегіс және анық бақыланады. Көлденең v_2 жылдамдық v_1 бойлық жылдамдық нысанын сапалы қайталайды. Алайда, ол амплитудада бойлық жылдамдықтан үш есе аз.

2.13-2.14-суреттерде σ_{11} қалыпты кернеудің изосызықтары әр түрлі уақыт сәттері үшін ($t=10\tau$ 2.6-суретте; $t=30\tau$ 2.7-суретте; $t=50\tau$ 2.8-суретте, $t=80\tau$

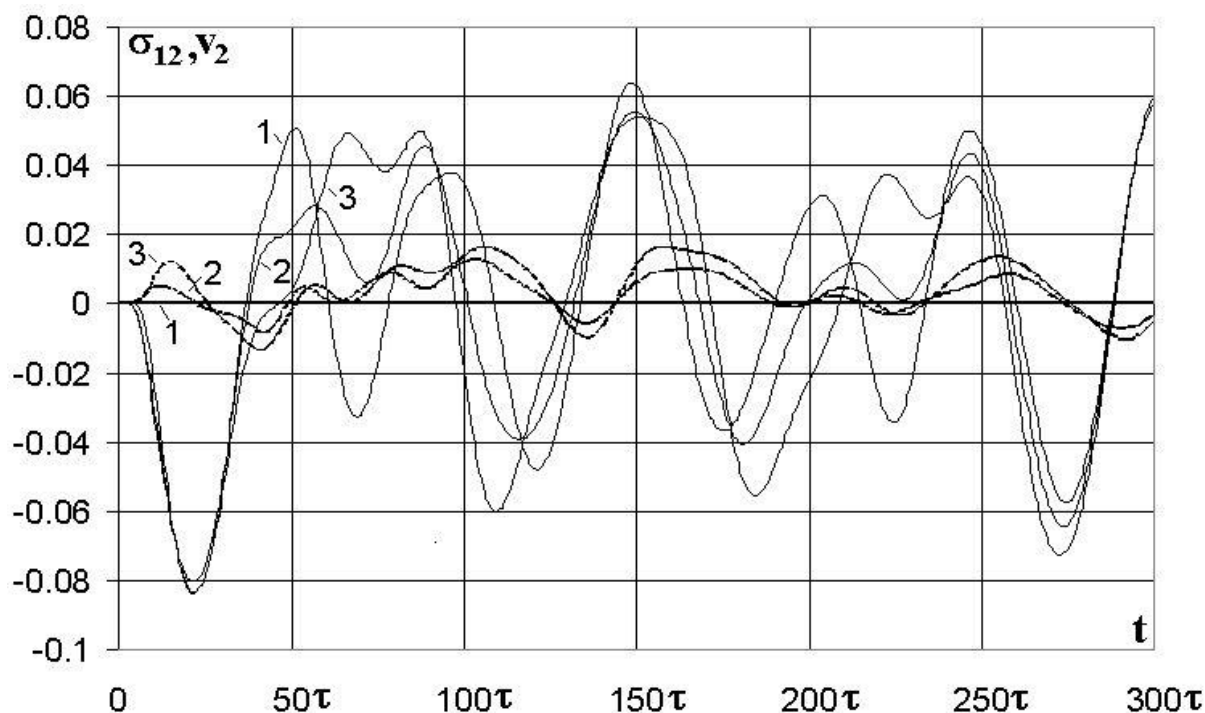
2.12-суретте және $t=120\tau$ 2.10-суретте) біртекті денеде кернеудің таралуы анықталды [38].



2.16 Сурет – σ_{22} қалыпты кернеу

σ_{22} қалыпты кернеу осциллограммалары келесі нүктелерде:

1. ($x_1=0h$; $x_2=3h$);
2. ($x_1=3h$; $x_2=3h$);
3. ($x_1=6h$; $x_2=3h$).



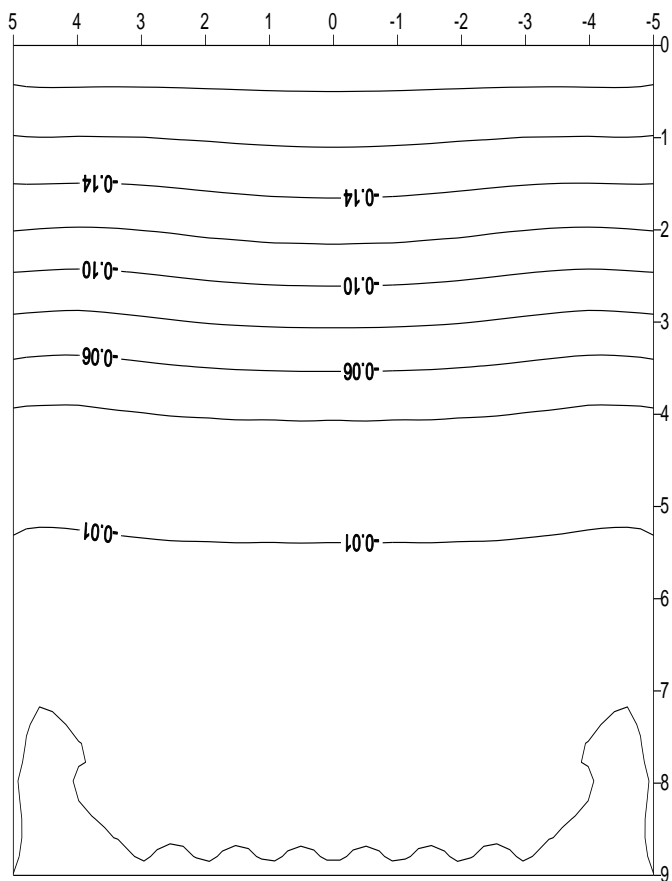
2.17 Сурет – v_2 көлденең жылдамдықтардың өзгеруі мен σ_{12} контурлық кернеудің өзгеруі

v_2 көлденең жылдамдықтардың өзгеруі (тұтас қисықтар) мен σ_{12} контурлық кернеудің өзгеруі (нүктелік қисықтар) осциллограммасы келесі нүктелерде:

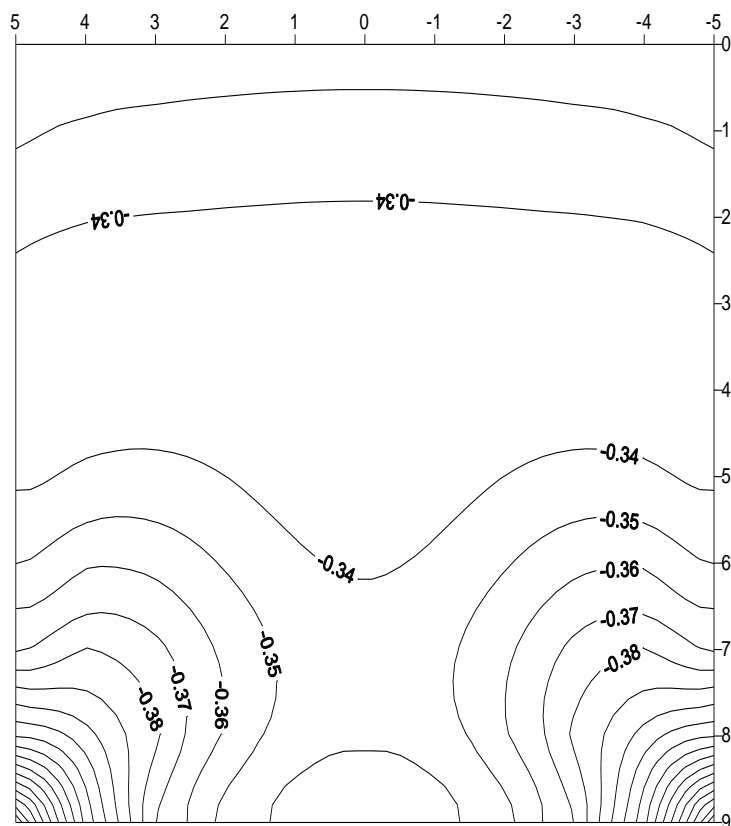
1. ($x_1=0h$; $x_2=3h$);
2. ($x_1=3h$; $x_2=3h$);
3. ($x_1=6h$; $x_2=3h$);

2.15-2.17-суреттерде σ_{11} қалыпты қысым толқындарының қозғалысы көрсетіледі. Бұл жерде σ_{11} қалыпты кернеу толқындары динамикалық жүктемемен ($x_1=0$) бүйір бетпен ($x_1=L_1$) таралады. Содан кейін, бекітілген бүйірден шағылыса отырып, күрделі интерференциялық көрініс жасай отырып, кері қарай қозғалады.

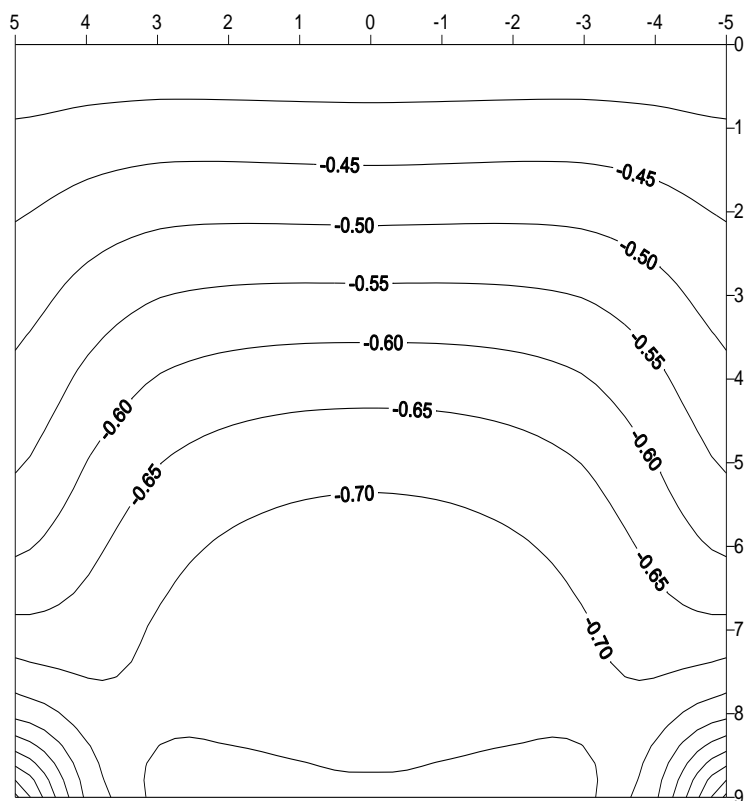
Алынған нәтижелерді талдау көрсеткендей, жолақта толқындық процестің екі өлшемді сипаты айқын байқалады және қойылған тапсырманың физикалық мазмұнына сәйкес келеді. Ал әзірленген айырымдық сызба тұрақтылықтың қажетті шарттарын қанағаттандырады және өте ұзақ уақыт аралығында тұрақтылықты жоғалтпайды ($t=300\tau$ дейін зерттелген) [39].



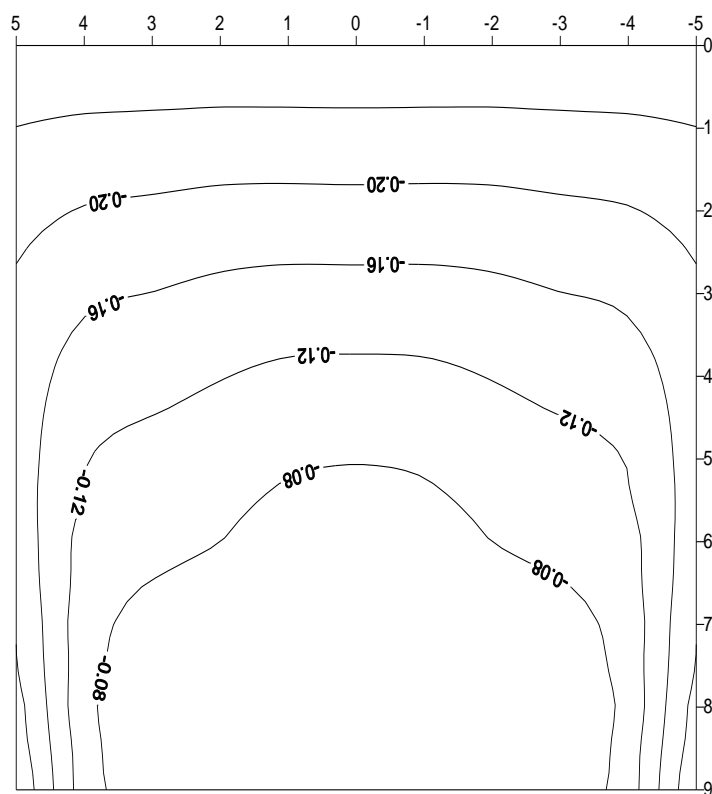
2.18 Сурет – $t=10\tau$ уақыттағы σ_{11} изосызықтар



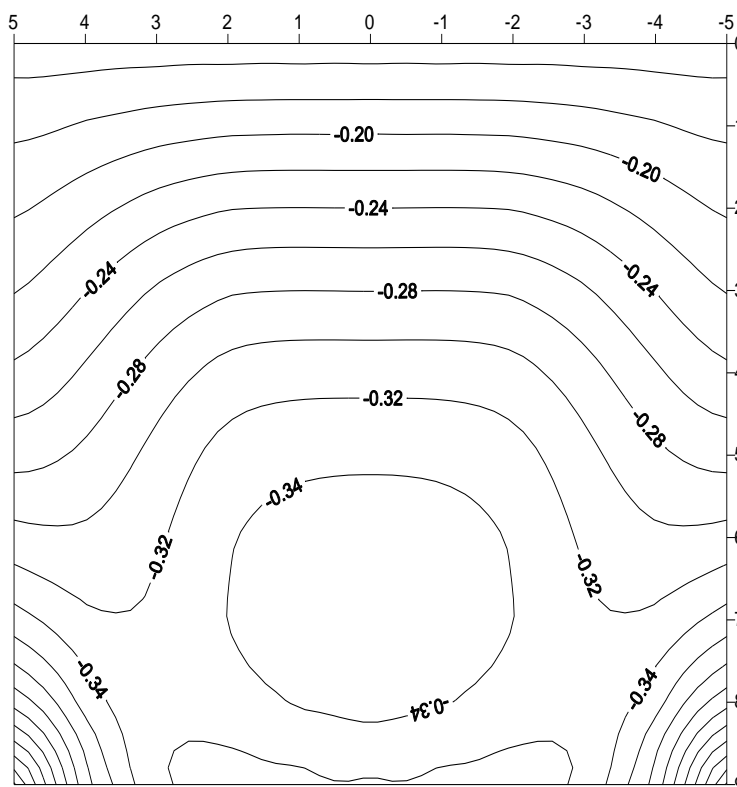
2.19 Сурет – $t=30\tau$ уақыттағы σ_{11} изосызықтар



2.20 Сурет – $t=50\tau$ уақыттағы σ_{11} изосызықтар



2.21 Сурет – $t=80\tau$ уақыттағы σ_{11} изосызықтар



2.22 Сурет – $t=110\tau$ уақыттағы σ_{11} изосызықтар

2.2 Бүйірлік импульстік қысым кезіндегі серпінді жартылай сызықтардың динамикалық кернеулі күйі. Есепті талдау

Ox_1 мен Ox_2 координаталарының декарттық жүйесінде $0 \leq x_2 \leq \infty$, $|x_1| \leq l$ облысты алатын ені серпінді жартылай сызықтың жазық деформациясы қарастырылады (2.13-суретке сәйкес). Бастапқы уақытта дене тыныштық күйде:

$$v_i = 0; \quad \sigma_{ij} = 0.$$

Кез келген басқа уақытта $t_n + \tau$ ($n=1, 2, \dots, N$) V_N шектерінің n_1 учаскесінде $N_1 \leq x_2 \leq N_2$, $x_1 = l$ біркелкі бөлінген стационарлық емес қалыпты жүктеме $f(t)$, синус Заңы бойынша өзгереді:

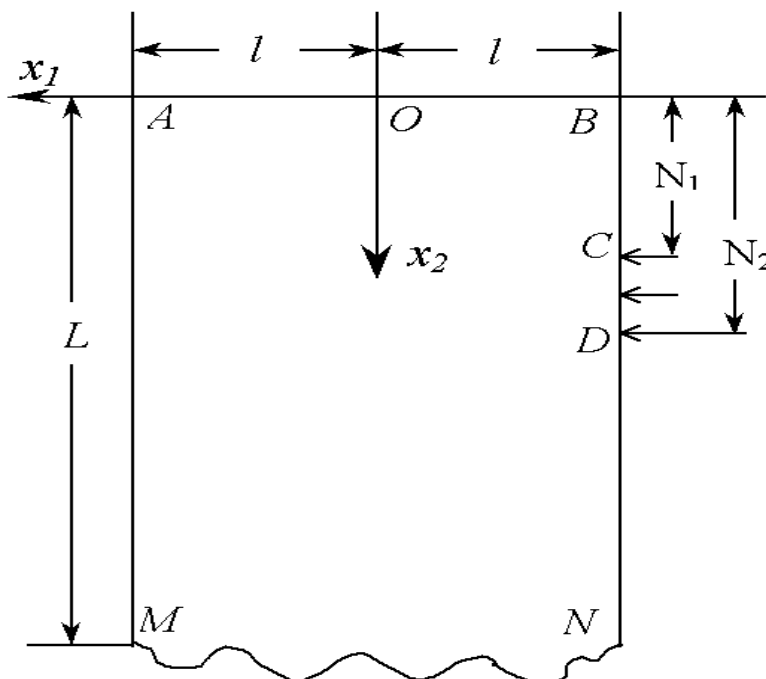
$$\sigma_{11}(t) = \begin{cases} A \sin(\omega t), & \text{нпу } 0 \leq t \leq S_1 \\ 0, & \text{нпу } t \geq S_1 \end{cases}$$

$$\sigma_{12}(t) = 0,$$

мұнда S_1 -жүктемелердің әрекет ету уақыты, бұл кезде $\omega = \pi/S_1$. Жартылай сызық шекарасының қалған бөлігі қандай да бір әсерден еркін:

$$\sigma_{22}(t)=0, \quad \sigma_{12}(t)=0, \quad \text{при } x_2=0 \text{ и } |x_1| \geq l$$

$$\sigma_{11}(t)=0, \quad \sigma_{12}(t)=0, \quad \text{при } 0 \leq x_2 \notin (N_1, N_2) \text{ и } |x_1|=l$$



2.23 Сурет – Есептеу аймағы

Сипатталған жағдайларда $t > 0$ кезіндегі серпінді дененің кернеулі күйін зерттеу қажет.

Есептеу нәтижелерін талдау. Есептеу: болат үшін жүргізілді ($\rho=7900\text{кг/м}^3$, $c_1=5817\text{м/сек}$, $c_2=3109\text{м/сек}$) мұнда бастапқы деректер мәндері: $\tau=0,025$, $h=0,05$, $A=0,5$, $\omega=4,5$, $l=5h$, $L=70h$, $N_1=10h$, $N_2=14h$.

2.21-суретте $t=20\tau$ уақыт сәтіне сәйкес келетін қалыпты σ_{11} және σ_{12} кернеулі құралдар изосызықтары келтірілген. Осы уақыт ішінде жергілікті әсер ету учаскесінен таралатын шекаралық ауытқулар $10h$ қашықтығынан өтеді және MA -ның қарама-қарсы шекарасына жетеді. $x_2=12h$ осі толқындық суреттің симметрия осі болып табылады. Бұл ретте σ_{11} қалыпты кернеулері жұп, ал σ_{12} жанама кернеулері осы оське қатысты тақ функция болып табылады. Бұл жағдайда кернеу концентрациясы шектік жағдайлардың үзілу нүктелері болып табылатын $x_2=N_1$, $x_1=l$ және $x_2=N_2$, $x_1=l$ ерекше нүктелерге жақын екенін байқауға болады.

$t=40\tau$ уақыт кезінде (2.13-сурет) $t=20\tau$ уақыт мезетіне тән кернеу өрістерінің симметриялығы $x_2=12h$ осіне қатысты симметрия осіне жақын қарастырылады. Осы осьтен алыстай отырып, изосызықтардың симметриялығы бұзылады. Бұл нәтиже $x_2 \leq N_1$ облысында AB еркін шетінен кернеудің таралу сипатына әсерімен және $x_2 \geq N_2$ аумағында осындай әсерлердің болмауымен түсіндіріледі. Сыртқы жүктеме нөлге тең болғандықтан, жергілікті экстремумдардың мәндері алдыңғы уақыт сәтімен салыстырғанда азаяды

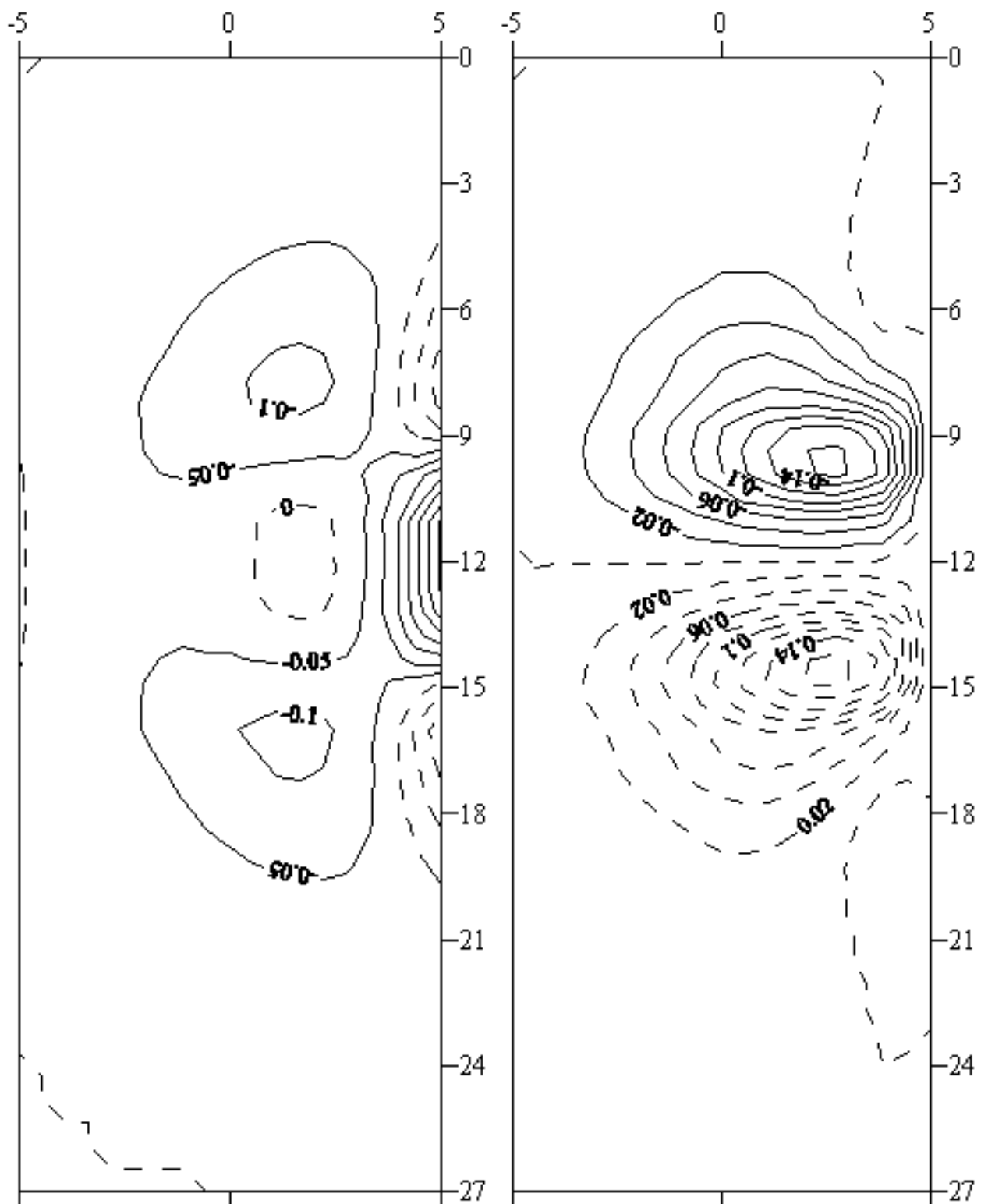
($t=20\tau$). Жазық толқынның МА еркін бетінен шағылысуы кезінде σ_{11} қалыпты кернеуітаңбасын өзгертеді (созылмалыға айналады).

а) суретте σ_{11} қалыпты кернеудің таралуы көрсетілді. Созылмалы σ_{11} кернеуі МА еркін беттен шағылысқан толқынмен негізделіп, $x_2=12h$ кернеулену осіне қарай симметриялы және қарастырылатын уақыт мезетінде еркін бетте максималдық мәнге ие. Бөлінудің белгілі құбылысы осы созылмалы кернеуден туындайды.

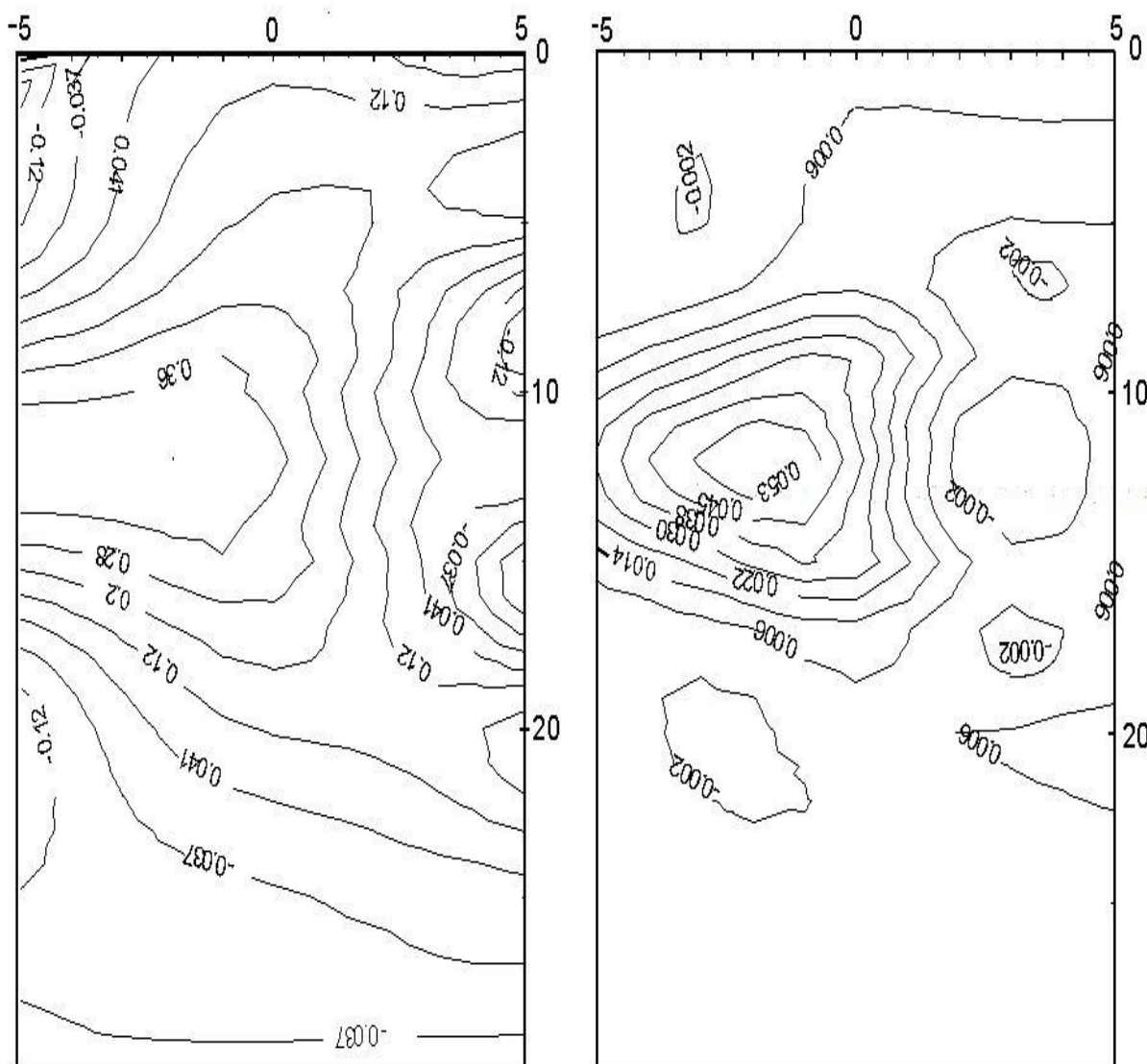
2.13-суретте кернеу тензорының инварианттар изосызықтары келтірілген:

$$I_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \text{ и } I_2 = \sigma_{11}\sigma_{22} - \sigma_{12}\sigma_{12} + \sigma_{33}\sigma_{11} + \sigma_{33}\sigma_{22},$$

Олар жолақтағы жанама кернеулердің қысымы мен қарқындылығын сипаттайтын. Бірінші инварианттың изосызықтары көбінесе σ_{11} қалыпты кернеудің изосызықтарымен ұқсас. Осыдан, зерттелетін дененің кернеулі-деформацияланған күйі көрсетілген әсер етулер кезінде көбінесе σ_{11} байланысты деп қорытынды жасауға болады. Мұнда бүйірлік әсерлердің қысқа уақыттылығы және жоғарғы шекараның жақындығы байқалады.



2.24 Сурет – $t=20\tau$ кезіндегі σ_{11} нормаль кернеу мен σ_{12} жанама кернеуінің изосызықтары



2.26 Сурет – $t=40\tau$ кезіндегі бірінші және екінші кернеу тензорының изосызықтары

ҚОРЫТЫНДЫ

Компьютерлік модельдеу ең қуатты ақпараттық технологиялардың біріне айналды. Компьютерлік математикалық модельдеуді зерттеу информатиканың математика, физика және басқа ғылымдармен байланысын түсінуге кең мүмкіндіктер ашады.

Осылайша, компьютерлік модельдеуді қолдана отырып жасалған бағдарламалық жасақтама тапсырманы шешуге, бойлық жылдамдықтар мен әртүрлі уақыт нүктелеріндегі қалыпты кернеулердің осциллограммалары мен изолиналарын алуға, толқындық процестерді талдауға және толқындық өрнектің симметрия осін анықтауға мүмкіндік берді. кернеу концентрациясының ауданы, шекаралық нүктенің үзіліс нүктесі және т.б.

Алынған нәтижелер мен бағдарламалық жасақтаманы құрылыстың толқындық процестерін зерттеуде, инженерлік практикада құрылыс құрылымдары үшін, машина жасауда және т.б.

Толқындар динамикасын зерттеу үшін механиканың қозғалыс заңдылықтары мен серпінділік теорияларын қарастырдық. Келесі тапсырмалар орындалды:

- механиканың қозғалыс заңдарын түрлендірілді;
- жарты кеңістікке кернеу әсер еткен кездегі серпінді толқындар динамикасының математикалық моделін құрылды;
- математикалық моделді құру әдістерін зерттелінді;
- жарты кеңістікке кернеудің әсер ету бағытына қарай серпінді толқындар динамикасын зерттелінді;
- компьютерлік моделін құрылды.

Компьютерлік моделдің көмегімен есептің шешімі ретінде көрініс суреттерін алдық. Диссертация нәтижесін серпінділік теориясында, механикада, геофизикада және сейсмологияда қолдануға болады деп есептеймін.

ПАЙДАЛАНҒАН ӘДЕБИЕТТЕР

1. Петрашень Г.И. Основы математической теории распространения упругих волн. Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн // Вест. Ленинград, –1978–№18. –С.5-248
2. Новацкий В. Теория упругости. – Москва: Мир, –1975. –872 б.
3. Гузь А.Н., Кубенко В.Д., Черевко М.А. Дифракция упругих волн. –Киев: Наукова думка, –1978. –308 б.
4. Ержанов Ж.С., Айталиев Ш.М., Алексеева Л.А. Динамика тоннелей и подземных трубопроводов. –Алма-Ата: Наука, –1989. –240 б.
5. Хуторянский Н.М. Метод гранично-временных интегральных уравнений в пространственных нестационарных динамических задачах дифракции упругих волн / Н.М.Хуторянский //Прикладные проблемы прочности и пластичности. – 1987. –№3. –С.17-23.
6. Партон В.З. Интегральные уравнения в теории упругости / В.З.Партон, П.И.Перлин. – Москва: Наука, –1977. –312 б.
7. Купрадзе В.Д. Методы потенциала в теории упругости / В.Д.Купрадзе. – Москва: Наука, 1963. - 472 с.
8. Угодчиков А.Г. Метод граничных элементов в механике деформируемого твердого тела / А.Г.Угодчиков, Н.М.Хуторянский. – Казань, 1986. - 286 с.
9. Sah J. Boundary element analysis of linear coupled thermoelasticity problems by using Laplace transformation / J.Sah, N.Tasaka //Boundary Elem. Meth. Appl. Mech. Proc 1st Joint Jap., US Symp. Boundary Elem. Meth., - Tokyo, 3-6 Oct, 1988. – P. 335-544
10. Sharp S. Boundary integral methods for thermoelasticity problems / S.Sharp, S.L.Crouch // Trans. ASME: J. Appl. Mech., – 1986. – Vol.53, N2. – P.298-302
11. Яненко Н.Н. Методы дробных шагов решения многомерных задач математической физики / Н.Н.Яненко – Новосибирск, 1967. - 195 с.
12. Алексеева Л.А. Обобщенное решение уравнений динамики упругой среды с криволинейной трещиной при плоской деформации / Л.А.Алексеева, И.Ш.Дильдабаева // Математический журнал, – Алматы, 2007. – Т7, №2(25). – С. 19 - 31.
13. Fleurier J. On the use of coupled fundamental solutions in boundary element method for thermoelastic problems / J.Fleurier, M.Predeleanu // Eng. Anal., – 1987,–V4, N2, – P.70-74.
14. Джужбаев С.С. Контактное взаимодействие упругих тел при нестационарных динамических нагрузках: дис. ... кандидата физико – математических наук / С.С.Джужбаев. – Туркестан, 1997. - 134 с.
15. Годунов С.К. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С.К.Годунов, А.В.Забродин, М.Я.Иванов, А.Н.Крайко, Г.П.Прокопов. – Москва: Наука, 1976. - 400 с.

16. Тарабрин Г.Т. Применение метода бихарактеристик для решения нестационарных задач динамики анизотропных массивов / Г.Т.Тарабрин // Строительная механика и расчет сооружений. – Москва, 1981, –№ 4, –С. 38-43.
17. Тарабрин Г.Т. Решение методом бихарактеристик нестационарных задач динамики анизотропных оболочек / Г.Т.Тарабрин // Строительная механика и расчет сооружений. – Москва, 1980. – № 6, – С. 53-58.
18. Клифтон Р.Дж. Разностный метод в плоских задачах динамической упругости / Р.Дж.Клифтон // Механика (сб. переводов), – Москва, 1968. –№ 1, – С.103-122.
19. Бабешко В.А. Динамика неоднородных линейно-упругих сред [Текст] / В.А.Бабешко, Е.В.Глушко, Ж.Ф.Зинченко. – Москва: Наука, 1989. – 278с.
20. Аширбаев Н.К. Особенности распространения динамических возмущений в телах с неоднородностями: дис. ... кандидата физико-математических наук/ Н.К.Аширбаев. – Шымкент, 1986. – 207 с.
21. Рекер В.В. Численные решения трехмерных задач динамической теории упругости / В.В.Рекер // Прикладная механика. Серия Е. – 1970. – №1. – С.121-129.
22. Сарсенов Б.Т. Математическое моделирование и информационная технология в задачах волновой динамики / Б.Т.Сарсенов, С.С.Джужбаев // Материалы межд.научно-практ.конф. «Проблемы вычисл. матем. и инфор. технологий». – Алматы, КазНУ, 1999. – С. 168-169.
23. Сарсенов Б.Т. Исследование динамических волн на полуполосе / Б.Т.Сарсенов, С.С.Джужбаев // Вестник МКТУ. – Туркестан, 2001. – №4-5. – С. 200-205.
24. Сарсенов Б.Т. Математическая модель задачи волновой динамики / Б.Т.Сарсенов, С.С.Джужбаев // Вестник КазНУ, серия мат., мех., инф. – Алматы, 2002. – №4 (32). – С. 249-255.
25. Сарсенов Б.Т. Динамическое напряженное состояние полуполосы при боковом импульсном давлении / Б.Т.Сарсенов, С.С.Джужбаев// Математический журнал. – Алматы, 2003. – Т.3, №1 (7). – С. 55-62.
26. Сарсенов Б.Т. Компьютерное моделирование волновых процессов в жестко закрепленном изотропном массиве / Б.Т.Сарсенов // Материалы научно-практ.конф. «Проблемы и перспективы внедрения кред.сист.образ. в РК». – Екибастуз, 2005. – С. 392-398.
27. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование. – 2005. eLIBRARY ID: 24057010
28. Ашихмин В. Н. и др. Введение в математическое моделирование. – Общество с ограниченной ответственностью "Логос", 2004.
29. Тарасик В. П. Математическое моделирование технических систем. – ДизайнПРО, 2004.
30. Рейзлин В. И. Математическое моделирование. – 2018. eLIBRARY ID: 36749407

31. Чернядьев С. А. и др. Математическое моделирование теплофизических процессов в стенке кисты Бейкера, при нагреве внутрикистозной жидкости лазерным излучением длиной волны 1.47 мкм //Компьютерные исследования и моделирование. – 2018. – Т. 10. – №. 1. – С. 103-112.
32. Каменева С. А., Борискина И. П. Математическое моделирование в экономике //Вестник волжского университета им. ВН Татищева. – 2016. – Т. 2. – №. 2.
33. Безручко Б. П., Смирнов Д. А. Математическое моделирование и хаотические временные ряды //Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. – 2006. – Т. 14. – №. 1.
34. Жаранов, В. А. Математическое моделирование технологических процессов : электронный учебно-методический комплекс дисциплины / В. А. Жаранов. - Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2011.
35. Азиз Х. и др. Математическое моделирование пластовых систем. – 2004. eLIBRARY ID: 21326316
36. Кононов А.В., Кочетов Ю.А., Плясунов А.В. Конкурентные модели размещения производства // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2009. — Т. 49, № 6. — С. 1037– 1054
37. Вагер Б. Г. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. – 2013. eLIBRARY ID: 21648523
38. Ковтун И. И., Романенко Г. С. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ в задачах повышения эффективности многономенклатурных производств //Информатизация и связь. – 2020. – №. 1. – С. 48-54.
39. Мелихова Е. В. Применение комплексов программ Mathcad для решения задач математического моделирования. – 2016. eLIBRARY ID: 28305137

ҚОСЫМША

A

```

unit Unit1;
interface
uses
  Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls, Forms,
  Dialogs, StdCtrls, Grids, ExtCtrls, Buttons, TeEngine, Series, TeeProcs,
  Chart, TeeFunci, DB, DBTables, DBCtrls, DBGrids;
type
  TFormMine = class(TForm)
    Button1: TButton;
    Button2: TButton;
    Chart1: TChart;
    Series1: TFastLineSeries;
    Series2: TFastLineSeries;
    Series3: TFastLineSeries;
    DataSource1: TDataSource;
    Table1: TTable;
    Button3: TButton;
    Button4: TButton;
  procedure Button1Click(Sender: TObject);
  procedure Button2Click(Sender: TObject);
  procedure Button3Click(Sender: TObject);
  procedure Button4Click(Sender: TObject);
  private
    { Private declarations }
  public
    { Public declarations }
  end;
  multarr=array of array of Single;
  const h=0.05; t=0.025; e=1;
  a:array [1..2] of word=(3593, 3460 );
  b:array [1..2] of word=(2200, 2000);
  rro:array [1..2] of word=(2500, 2500); //1600
    H1=20; L1=3*H1; L2=4*H1;
    d=2; d1=8; d2=4; max=1;
    X0:array [1..4] of shortint=(-d1,-d1,-d1,0);
    Y0:array [1..4] of shortint=(-d2,H1-d2,2*H1-d2,-H1) ;
    Lmax:array [1..2,1..2] of byte=((d1,2*d2),(L1,L2));
  var
    FormMine: TFormMine;
    s11,s12,s22,v1,v2:array[1..4] of multarr;
    s011,s012,s022,v01,v02:array[1..4] of multarr;

```

```

ro:array [1..4] of real;
y11:array [1..4] of real;
y12:array [1..4] of real;
y33:array [1..4] of real;

```

implementation

{*\$R *.dfm*}

```

function pr_lin(a:multarr; i,j,p,z:shortint):Single;
{Вычисляет линейную производную функции A в точке (i,j)
по переменной p по направлению z(1 вперед, -1 назад, 0 центр)}
var pr:Single;
begin
  if z=0 then pr:=(a[i+(p mod 2),j+(p div 2)]-a[i-(p mod 2),j-(p div 2)])/(2*h)
  else pr:=z*(-3*a[i,j]+4*a[i+z*(p mod 2),j+z*(p div 2)]-
a[i+2*z*(p mod 2),j+2*z*(p div 2)])/(2*h);
  pr_lin:=pr;
end;

```

```

function pr_sqr(a:multarr; i,j,p,z:shortint):Single;
{Вычисляет квадратную производную функции A в точке (i,j)
по переменной p по направлению z(1 вперед, -1 назад, 0 центр)}
var pr:Single;
begin
  if z=0 then pr:=(a[i+(p mod 2),j+(p div 2)]-2*a[i,j]+a[i-(p mod 2),j-(p div
2)])/sqr(h)
  else pr:=(a[i,j]-2*a[i+z*(p mod 2),j+z*(p div 2)]+
a[i+2*z*(p mod 2),j+2*z*(p div 2)])/sqr(h);
  pr_sqr:=pr;
end;

```

```

function pr_dis(a:multarr; i,j,z1,z2:shortint):Single;
{Вычисляет смешанную производную функции A в точке (i,j)
по направлениям z1 и z2 (1 вперед, -1 назад, 0 центр)}
var pr:Single;
begin
  pr:=0;
  if (z1=0)and(z2=0) then pr:=(a[i+1,j+1]+a[i-1,j-1]-a[i+1,j-1]-a[i-
1,j+1])/sqr(2*h);
  if (z1=0)and(z2<>0)then pr:=z2*(4*a[i+1,j+z2]-a[i+1,j+2*z2]-3*a[i+1,j]-
4*a[i-1,j+z2]+a[i-1,j+2*z2]+3*a[i-1,j])/sqr(2*h);
  if (z1<>0)and(z2=0)then pr:=z1*(4*a[i+z1,j+1]-a[i+2*z1,j+1]-3*a[i,j+1]-
4*a[i+z1,j-1]+a[i+2*z1,j-1]+3*a[i,j-1])/sqr(2*h);
  if (z1<>0)and(z2<>0)then pr:=z1*z2*(a[i+z1,j+z2]+a[i+2*z1,j+2*z2]-
a[i+z1,j+2*z2]-a[i+2*z1,j+z2])/sqr(h);

```

```

pr_dis:=pr;
end;

```

```

procedure TFormMine.Button1Click(Sender: TObject);
begin
close
end;

```

```

procedure TFormMine.Button2Click(Sender: TObject);
var
z1,z2,z,k: shortint;
time,i,j: word;
s11_1,s22_2,s12_2,s21_1,v1_1,v2_2,v1_2,v2_1,tmp, F1,F2:Single;
s011_1,s022_2,s012_2,s021_1,v01_1,v02_2,v01_2,v02_1:Single;
f:array[1..4] of textfile;

```

```

function istok(i,j,k:word):Single;
var
ist12:Single; zp:byte; w:real;
begin
zp:=1; ist12:=0; w:=20;
case zp of
1: ist12:=20/(2*e*h)*t*k*exp(-10*t*k);
2: ist12:=1/(2*e*h)*sin(w*t*k)*exp(-10*t*k);
end;
istok:=ist12;
end;
begin
z:=1;
for k:=1 to 4 do
begin
ro[k]:=rro[k div 4 +1]/rro[max];
y11[k]:=ro[k]*sqr(a[k div 4 +1]/a[max]);
y12[k]:=ro[k]*sqr(b[k div 4 +1]/a[max]);
y33[k]:=y11[k]-2*y12[k];
end;
for i:=1 to 4 do
begin
assignfile(f[i], '350blok'+inttostr(i)+'.txt');
rewrite(f[i]);
writeln(f[i], ' t i j s11 s12 s22 v1 v2');

```

```

SetLength(s11[i],Lmax[i div 4 +1,1]+1);
SetLength(s12[i],Lmax[i div 4 +1,1]+1);
SetLength(s22[i],Lmax[i div 4 +1,1]+1);

```

```

SetLength(v1[i],Lmax[i div 4 +1,1]+1);
SetLength(v2[i],Lmax[i div 4 +1,1]+1);
SetLength(s011[i],Lmax[i div 4 +1,1]+1);
SetLength(s012[i],Lmax[i div 4 +1,1]+1);
SetLength(s022[i],Lmax[i div 4 +1,1]+1);
SetLength(v01[i],Lmax[i div 4 +1,1]+1);
SetLength(v02[i],Lmax[i div 4 +1,1]+1);

```

```

for j:=0 to Lmax[i div 4 +1,1] do
begin
SetLength(s11[i,j],Lmax[i div 4 +1,2]+1);
SetLength(s12[i,j],Lmax[i div 4 +1,2]+1);
SetLength(s22[i,j],Lmax[i div 4 +1,2]+1);
SetLength(v1[i,j],Lmax[i div 4 +1,2]+1);
SetLength(v2[i,j],Lmax[i div 4 +1,2]+1);
SetLength(s011[i,j],Lmax[i div 4 +1,2]+1);
SetLength(s012[i,j],Lmax[i div 4 +1,2]+1);
SetLength(s022[i,j],Lmax[i div 4 +1,2]+1);
SetLength(v01[i,j],Lmax[i div 4 +1,2]+1);
SetLength(v02[i,j],Lmax[i div 4 +1,2]+1);
end;
end;

```

```

for k:=1 to 4 do
for i:=0 to Lmax[k div 4 +1,1] do
for j:=0 to Lmax[k div 4 +1,2] do
begin
s11[k,i,j]:=0;
s12[k,i,j]:=0;
s22[k,i,j]:=0;
v1[k,i,j]:=0;
v2[k,i,j]:=0;
end;
end;

```

```

for time:=1 to 350 do
begin
for k:=1 to 4 do
for i:=0 to Lmax[k div 4 +1,1] do
for j:=0 to Lmax[k div 4 +1,2] do
begin
s011[k,i,j]:=s11[k,i,j];
s012[k,i,j]:=s12[k,i,j];
s022[k,i,j]:=s22[k,i,j];
v01[k,i,j]:=v1[k,i,j];
v02[k,i,j]:=v2[k,i,j];
end;
end;
end;
end;

```

```

end;
for k:=1 to 4 do
  for i:=(k div 4)*(H1-round(a[2]/a[1]*time/2)) to (k div 4) *
(H1+round(a[2]/a[1]*time/2)){Lmax[k div 4 +1,1] - (k div 4)} do
    for j:=(k div 4)*(H1-round(a[2]/a[1]*time/2)-d) to (k div 4) *
(H1+round(a[2]/a[1]*time/2)+d) do
      begin
        if (i=0)or(i=Lmax[k div 4 +1,1]) then z1:=1-2*(i div Lmax[k div 4 +1, 1])
        else z1:=0;
        if (j=0)or(j=Lmax[k div 4 +1,2]) then z2:=1-2*(j div Lmax[k div 4 +1,2])
        else z2:=0;
          s011_1:=pr_lin(s011[k],i,j,1,z1);
          s012_2:=pr_lin(s012[k],i,j,2,z2);
          s022_2:=pr_lin(s022[k],i,j,2,z2);
          s021_1:=pr_lin(s012[k],i,j,1,z1);
          v01_1:=pr_lin(v01[k],i,j,1,z1);
          v02_2:=pr_lin(v02[k],i,j,2,z2);
          v01_2:=pr_lin(v01[k],i,j,2,z2);
          v02_1:=pr_lin(v02[k],i,j,1,z1);
          F1:=0; F2:=0;
        if k=4 then
          case z of
            1: if (abs(i - H1)<=e)and(abs(j - H1)<= d) then F1:=istok(i,j,time-1);
            2: if (abs(i - H1)<=e)and(abs(j - H1)<= d) then F2:=istok(i,j,time-1);
          end;
          s11_1:=s011_1+t*(y11[k]*pr_sqr(v01[k],i,j,1,z1)+y33[k]*pr_dis(v02[k],i,j,z1,z2)) -
abs(i - H1)/2*F1;
          s12_2:=s012_2+t*y12[k]*(pr_sqr(v01[k],i,j,2,z2)+pr_dis(v02[k],i,j,z1,z2)) -
(abs(j - H1) div d)/2*F1;
          s22_2:=s022_2+t*(y11[k]*pr_sqr(v02[k],i,j,2,z2)+y33[k]*pr_dis(v01[k],i,j,z1,z2)) -
(abs(j - H1) div d)/2*F2;
          s21_1:=s021_1+t*y12[k]*(pr_sqr(v02[k],i,j,1,z1)+pr_dis(v01[k],i,j,z1,z2)) -
abs(i - H1) /2*F2;
          v1_1:=v01_1+t/ro[k]*(pr_sqr(s011[k],i,j,1,z1)+pr_dis(s012[k],i,j,z1,z2)) -
(i - H1) /2 / sqrt(ro[k]*y11[k])*F1;
          v2_2:=v02_2+t/ro[k]*(pr_sqr(s022[k],i,j,2,z2)+pr_dis(s012[k],i,j,z1,z2)) -
((j - H1) div d)/2/sqrt(ro[k]*y11[k])*F2;
          v1_2:=v01_2+t/ro[k]*(pr_sqr(s012[k],i,j,2,z2)+pr_dis(s011[k],i,j,z1,z2)) -
((j - H1) div d)/2/sqrt(ro[k]*y12[k])*F1;
          v2_1:=v02_1+t/ro[k]*(pr_sqr(s012[k],i,j,1,z1)+pr_dis(s022[k],i,j,z1,z2)) -
(i - H1)/2/sqrt(ro[k]*y12[k])*F2;
          if (i=0)and(((abs(j-H1)> d2)and(abs(j-2*H1)> d2)and(abs(j-3*H1)> d2))or(k<>4))
          then
            if z2<>0 then

```

```

begin
    s11_1:=s11_1+sqrt(ro[k]*y11[k])*(v1_1+v01_1);
    v1_1:=-v01_1; v2_1:=-v02_1; s21_1:=0;
end
else begin tmp:=v1_1;
    v1_1:=-y33[k]*(v2_2+v02_2)/y11[k]-v01_1;
    s11_1:=s11_1+sqrt(ro[k]*y11[k])*(tmp-v1_1);
tmp:=v2_1; v2_1:=-v1_2-v01_2-v02_1;
    s21_1:=s21_1+sqrt(ro[k]*y12[k])*(tmp-v2_1);
end;
if z2<>0 then
if i=0 then
begin
    s22_2:=s22_2+z2*sqrt(ro[k]*y11[k])*(v2_2+v02_2);
    v2_2:=-v02_2; v1_2:=-v01_2; s12_2:=0;
end
else begin tmp:=v2_2;
    v2_2:=-y33[k]*(v1_1+v01_1)/y11[k]-v02_2;
    s22_2:=s22_2+z2*sqrt(ro[k]*y11[k])*(tmp-v2_2);
tmp:=v1_2; v1_2:=-v2_1-v01_2-v02_1;
    s12_2:=s12_2+z2*sqrt(ro[k]*y12[k])*(tmp-v1_2);
end;
if k=4 then
case z of
    1: if (abs(i - H1)<=e)and(abs(j - H1)<= d) then F1:=F1+istok(i,j,time);
    2: if (abs(i - H1)<=e)and(abs(j - H1)<= d) then F2:=F2+istok(i,j,time);
end;
v1[k,i,j]:=v01[k,i,j]+t*(s011_1+s012_2+s11_1+s12_2+F1)/(2*ro[k]);
v2[k,i,j]:=v02[k,i,j]+t*(s022_2+s021_1+s22_2+s21_1+F2)/(2*ro[k]);
    s11[k,i,j]:=s011[k,i,j]+t*(y11[k]*(v01_1+v1_1)+y33[k]*(v02_2+v2_2))/2;
s12[k,i,j]:=s012[k,i,j]+t*y12[k]*(v01_2+v02_1+v1_2+v2_1)/2;
    s22[k,i,j]:=s022[k,i,j]+t*(y11[k]*(v02_2+v2_2)+y33[k]*(v01_1+v1_1))/2;
end;
for k:=1 to 3 do
for j:=0 to 2*d2 do
begin
    v1[k,d1,j]:=(v1[k,d1,j]+v1[4,0,k*H1-d2+j])/2;
    v2[k,d1,j]:=(v2[k,d1,j]+v2[4,0,k*H1-d2+j])/2;
    s11[k,d1,j]:=(s11[k,d1,j]+s11[4,0,k*H1-d2+j])/2;
if j mod (2*d2) <> 0 then
    s12[k,d1,j]:=(s12[k,d1,j]+s12[4,0,k*H1-d2+j])/2;
v1[4,0,k*H1-d2+j]:=v1[k,d1,j];
v2[4,0,k*H1-d2+j]:=v2[k,d1,j];
s11[4,0,k*H1-d2+j]:=s11[k,d1,j];
s12[4,0,k*H1-d2+j]:=s12[k,d1,j];

```

```
end;  
if time = 350 then  
for k:=1 to 4 do  
for i:=0 to Lmax[k div 4+1,1] do  
for j:=0 to Lmax[k div 4+1,2] do  
writeln(f[k],time:5, i:5, j:5,  
s11[k,i,j]:9:4, s12[k,i,j]:9:4, s22[k,i,j]:9:4, v1[k,i,j]:9:4, v2[k,i,j]:9:4);  
end;  
for k:=1 to 4 do  
CloseFile(f[k]);  
end;  
  
end.
```

АНДАТПА

Бұл жұмыста изотропты серпінді денедегі динамикалық, толқындық процестердің компьютерлік моделін құру қарастырылған. К.А.Багриновский мен С.К.Годунов ұсынған көп өлшемді t -гиперболалық жүйені бір өлшемді жүйеге жіктеу және бихарактеристикалық әдістер қолданылды. Толқындық процестердің математикалық моделі құрылды, нүктелік схемасы анықталып, есептеу шаблонны таңдалынды. Зерттеу денесінің ішкі, шекаралық және бұрыштық нүктелер үшін айқын айырылдық схемалар табылды. Бағдарламалық қосымша жасалды және оның есептеулер нәтижесі алынып, талданды. Дене нүктелерінің жылдамдықтары мен кернеулерінің осциллограммалары, сондай-ақ кернеулер изосызықтары алынды. Алынған нәтижелер болашақта құрлыс, геофизика және сейсмологияның қолданбалы есептерін шешуде қолдануға болады.

Кілттік сөздер: кернеу, жер қыртысы, бихарактеристикалық әдіс, стационар емес динамика есебі, біркелкі серпінді жарты жазықтық, толқын дифракциясы, жазық дифракция.

АННОТАЦИЯ

В данной работе создается компьютерная модель динамических, волновых процессов в изотропном упругом теле. Использовалась классификация многомерных t -гиперболических систем на одномерные и нехарактерные методы, предложенные К. А. Багриновским и С. К. Годуновым. Создана математическая модель волновых процессов, определена точечная схема и выбран шаблон расчета. Были обнаружены четкие картины разделения для внутренней, граничной и угловой точек исследуемого тела. Разработано программное обеспечение, получены и проанализированы результаты его расчетов. Были получены осциллограммы скоростей и напряжений точек тела, а также изолинии напряжений. Полученные результаты могут быть использованы в будущем для решения прикладных задач строительства, геофизики и сейсмологии

Ключевые слова: тектонические напряжения, земная поверхность, метод бихарактеристик, задача нестационарной динамики, однородное упругое полупространство, дифракция волн, плоская дифракция.

ABSTRACT

This work creates a computer model of dynamic, wave processes in an isotropic elastic body. We used the classification of multidimensional t -hyperbolic systems into one-dimensional and uncharacteristic methods proposed by K. A. Bagrinovskii and S. K. Godunov. A mathematical model of wave processes was created, a point scheme was determined and a calculation template was selected. Clear separation patterns were found for the inner, boundary and corner points of the investigated body. The software was developed, the results of its calculations were obtained and analyzed. Oscillograms of velocities and stresses of body points, as well as stress isolines were obtained. The results obtained can be used in the future to solve applied problems of construction, geophysics and seismology.

Keywords: tectonic stresses, Earth's surface, method of bicharacteristics, problem of nonstationary dynamics, homogeneous elastic half-space, diffraction of waves, plane diffraction.

AÇIKLAMA

Bu çalışma, izotropik bir elastik gövdede dinamik, dalga süreçlerinin bir bilgisayar modelinin oluşturulmasını sağlar. Çok boyutlu t -hiperbolik sistemlerin tek boyutlu sistemlere sınıflandırılması ve KA Bagrinovsky ve SK Godunov tarafından önerilen karakteristik olmayan yöntemler kullanılmıştır. Dalga süreçlerinin matematiksel bir modeli oluşturuldu, bir nokta şeması tanımlandı ve bir hesaplama şablonu seçildi. Çalışma gövdesinin iç, sınır ve açısız noktaları için net ayrılma modelleri bulundu. Yazılım uygulaması geliştirilmiş ve hesaplamalarının sonuçları elde edilmiş ve analiz edilmiştir. Vücut noktalarının hız ve gerilimlerinin osilogramları ile gerilim izolinleri elde edildi. Elde edilen sonuçlar gelecekte inşaat, jeofizik ve sismoloji ile ilgili uygulamalı problemleri çözmek için kullanılabilir.

Anahtar Kelimeler: gerilim, kabuk, karakteristik olmayan yöntem, durağan olmayan dinamiklerin hesaplanması, düzgün dinamik yarı düzlem, dalga kırınımı, düzlem kırınımı.



СПРАВКА

Международный Казахско-Турецкий университет

о результатах проверки текстового документа на наличие заимствований

ПРОВЕРКА ВЫПОЛНЕНА В СИСТЕМЕ ANTIPLAGIAT.VUZ

Автор работы: Құттыбай Қалдығыз Кәрімқызы
 Самоцитирование рассчитано для: Құттыбай Қалдығыз Кәрімқызы
 Название работы: Тік бұрышты денеде серпінді толқындар таралуының математикалық және компьютерлік моделін құру
 Тип работы: Магистерская диссертация
 Подразделение:

РЕЗУЛЬТАТЫ

■ ОТЧЕТ О ПРОВЕРКЕ КОРРЕКТИРОВАЛСЯ: НИЖЕ ПРЕДСТАВЛЕНЫ РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ ДО КОРРЕКТИРОВКИ

ЗАИМСТВОВАНИЯ	5.69%	ЗАИМСТВОВАНИЯ	5.69%
ОРИГИНАЛЬНОСТЬ	89.09%	ОРИГИНАЛЬНОСТЬ	89.09%
ЦИТИРОВАНИЯ	5.22%	ЦИТИРОВАНИЯ	5.22%
САМОЦИТИРОВАНИЯ	0%	САМОЦИТИРОВАНИЯ	0%

ДАТА ПОСЛЕДНЕЙ ПРОВЕРКИ: 18.05.2021

ДАТА И ВРЕМЯ КОРРЕКТИРОВКИ: 18.05.2021 14:21

Модули поиска: ИПС Адилет; Библиография; Сводная коллекция ЭБС; Интернет Плюс; Сводная коллекция РГБ; Цитирование; Переводные заимствования (RuEn); Переводные заимствования по eLIBRARY.RU (EnRu); Переводные заимствования по eLIBRARY.RU (KkRu); Переводные заимствования по Интернету (EnRu); Переводные заимствования по Интернету (KkRu); Переводные заимствования (KkEn); Переводные заимствования издательства Wiley (RuEn); eLIBRARY.RU; СПС ГАРАНТ; Модуль поиска "АЯУ"; Медицина; Диссертации НББ; Перефразирование по eLIBRARY.RU; Перефразирование по Интернету; Патенты СССР, РФ, СНГ; СМИ России и СНГ; Шаблонные фразы; Кольцо вузов; Издательство Wiley; Переводные заимствования

Работу проверил: Садыкова Айгул Дуненбаевна
 ФИО проверяющего

Дата подписи:

Подпись проверяющего



Чтобы убедиться в подлинности справки, используйте QR-код, который содержит ссылку на отчет.

Ответ на вопрос, является ли обнаруженное заимствование корректным, система оставляет на усмотрение проверяющего. Предоставленная информация не подлежит использованию в коммерческих целях.



«БЕКІТЕМІН»

Академиялық инновация және жоғары
білімнен кейінгі білім беру
ісі жөніндегі вице-президент
Есимова Ш.А.
05 2021 ж.

2020-2021 оқу жылындағы бітіруші магистранттардың
УЕ-ХКТУ-100-2019 Жазбаша жұмыстарды плагиатқа тексеру ережесіне сәйкес
«Антиплагиат» жүйесінің технологиясы негізінде тексеру нәтижесі

КҮТТЫБАЙ ҚАЛДЫҒЫЗ КӨРІМҚЫЗЫ

Магистранттың аты-жөні

**ТІК БҰРЫШТЫ ДЕНЕДЕ СЕРПІНДІ ТОЛҚЫНДАР ТАРАЛУЫНЫҢ
МАТЕМАТИКАЛЫҚ ЖӘНЕ КОМПЬЮТЕРЛІК МОДЕЛІН КҮРУ**

Магистрлік диссертация тақырыбы

М094-Ақпараттық технологиялар**(7M06129-Математикалық және компьютерлік модельдеу)**

Білім беру бағдарламасы

89,09

Тексеру нәтижесі бойынша пайызы

№	Комиссия құрамының аты-жөні	Қолы
1.	Сыздықова Гауһар Жұмағұлқызы, Коммерциализациялау офисінің басшысы, комиссия төрағасы	
2.	Балкибаева Гулзира Амангельдиевна, Жоғары білімнен кейінгі білім беру орталығы басшысының орынбасары, комиссия мүшесі	
3.	Садықова Айгүл Дөненбайқызы, Ғылыми басылымдар офисінің басшысы, комиссия мүшесі	
4.	Баймағанбетов Сабит Туленбаевич, Мемлекеттік басқару және экономика жоғары мектебі директорының орынбасары, комиссия мүшесі	
5.	Муратбекова Молдир Абдразақовна, Жаратылыстану факультетінің Ғылым жөніндегі декан орынбасары, комиссия мүшесі	
6.	Исаева Айжан Мухановна, Әлеуметтік ғылымдар факультетінің Ғылым және тәрбие ісі жөніндегі декан орынбасары, комиссия мүшесі	
7.	Жандарбаев Ербол Ергазыұлы, Гуманитарлық ғылымдар факультетінің Ғылым және тәрбие ісі жөніндегі декан орынбасары, комиссия мүшесі	
8.	Мұхамеджанов Нурідін Бақтиярұлы, Инженерия факультетінің Ғылым және тәрбие ісі жөніндегі декан орынбасары, комиссия мүшесі	
9.	Сүйінжанова Жанар Киікбайқызы, Филология факультетінің Ғылым және халықаралық қатынастар ісі жөніндегі декан орынбасары, комиссия мүшесі	
10.	Мамбетаев Ермек Бақытжанұлы, Спорт және өнер факультетінің Ғылым және тәрбие ісі-жөніндегі декан орынбасары, комиссия мүшесі	
11.	Омарова Балнұр Әділбекқызы, Медицина факультетінің Ғылым-ісі жөніндегі декан орынбасары, комиссия мүшесі	

7M06129 – Математикалық және компьютерлік модельдеу білім беру бағдарламасы бойынша техника ғылымдарының магистрі дәрежесін алу үшін Құттыбай Қалдығыз Кәрімқызының «Тік бұрышты денеде серпінді толқындар таралуының математикалық және компьютерлік моделін құру» тақырыбы бойынша ұсынылған магистрлік диссертацияға ресми оппоненттің

ПІКІРІ

1. Зерттеу тақырыбының өзектілігі мен оның жалпы ғылыми және жалпы мемлекеттік бағдарламамен байланысы (ғылым және техниканың практикасы мен даму қажеттіліктерімен).

Тұтас ортада толқынның таралуынан пайда болатын динамикалық күштердің әсерін, кеңістік-уақыт кескініндегі кернеулік жағдайын толық зерттемей, анықтау мүмкін емес. Сондықтан, деформацияланатын қатты дене механикасы мен айрымдар теориясының әдістерімен стационар емес процесстерді зерттеу өзекті мәселе болып табылады.

Динамикалық жүктеме режимінде жұмыс жасайтын әртүрлі технология салаларында, технологиялық өңдеулерде және т.б. құрылымдық элементтердің кеңінен қолданылуына байланысты кернеулер-деформация күйінің динамикалық әсерін сапалы және сандық талдау қажеттілігі артады. Динамикалық жүктемелердің нәтижесінде оларда серпінді толқындар пайда болады, оларды сенімді есептеу бүкіл құрылым мен технологияның беріктігі мен сенімділігін бағалауға көмектеседі.

Жұмыстың нәтижелері тұтас орта механикасының басқа да динамикалық есептерін шығаруға, инженерлік практикада және геофизикада қолданылуға мүмкіндіктері бар.

2. Магистрлік диссертацияға талаптар шеңберіндегі ғылыми нәтижелер.

Диссертациялық зерттеудің қорытындылары магистрлік диссертация талаптарына сай орындалған. Диссертациялық жұмыс кіріспе, екі тарау, қорытынды және әдебиеттер тізімінен тұрады. Диссертациялық жұмыстың негізгі нәтижелері:

- Серпінді толқындар динамикасының математикалық және компьютерлік моделдері, санды эксперименттер нәтижелерінің талданылды;
- Математикалық және компьютерлік моделдерді құру үшін тұтас орта қозғалысы мен Гук заңының дифференциалдық теңдеулері және бихарактеристикалық әдіс қолданылған.

3. Диссертацияда тұжырымдалған ғылыми нәтиженің (ғылыми ереженің) негізделуі мен сенімділігі дәрежесі.

Магистранттың диссертациясында тұжырымдалған ғылыми нәтижелері жаңа болып табылады. Әрбір ғылыми нәтижесінің жаңалық деңгейі әрбір

тарау бойынша әзірленген ғылыми-дәлелді тұжырымдармен және қорытындымен дәлелденген.

4.Диссертацияда тұжырымдалған магистранттың әр нәтижесінің (ережесінің) қорытындылары мен қорытындысының жаңалық дәрежесі.

Диссертациялық жұмыста алынған ғылыми нәтижелер жаңа болып табылады.

Диссертациялық жұмыста мынандай нәтижелер алынған:

- Бихарактеристика әдісі негізінде серпінді тік төртбұрышты дененің кернеулі-деформациялық күйі мен жылдамдықтар өрісін есептеу алгоритмі құрылған;
- Құрылған алгоритм негізінде Delphi программалау тілінде қолданбалы бағдарлама жасалған;
- көп вариантты компьютерлік есептеулер (тәжірибе) жасалған;
- Жасалған компьютерлік тәжірибе нәтижелері негізінде стационарлы емес серпінді толқындардың таралу әсері зерттеліп, тұжырымдалды.

5.Алынған нәтижелердің ішкі бірлігін бағалау.

Құттыбай Қалдығыз Кәрімқызының диссертациялық зерттеуінің ғылыми-тәжірибелік нәтижелері кіріспедегі және бөлімдердегі материал мазмұнының ішкі бірлігі мен тұжырымдық тұтастығы, зерттеудің қорытындыларының үйлесімді бірізділігімен сипатталады.

Зерттеу мәселесіне сәйкес магистрант шеттік есептер теориясын және айырымды теңдеулер теориясын жақсы меңгерген. Зерттеу нәтижелері ғылыми болжамның дұрыстығын дәлелдейді.

6. Диссертацияның негізгі ережелерінің, нәтижелерінің, қорытындылары мен қорытындысының, жарияланымдарының жеткілікті толықтығын растау.

Құттыбай Қалдығыз Кәрімқызының диссертациялық жұмысының нәтижелерін 1 мақала және 1 республикалық конференция материалдарында жариялаған. Диссертациялық жұмыста алынған нәтижелер ғылыми мақала және конференция жұмыстарында баяндау барысында толық сынақтан өткен.

7.Диссертацияның мазмұны мен рәсімделуі бойынша кемшіліктер.

Диссертациялық жұмыс бойынша төмендегідей кемшіліктерді атап кетуге болады:

- Диссертацияның кейбір бөлімдерінде формулаларға сілтеме дұрыс жазылмаған. Мысал үшін 17-бетте шектікаймақ үшін шекаралық шарттар толық көрсетілмеген, 25-бетте (1.3.3) – формулаларға сілтеме дұрыс жасалынбаған;

- 59 – бетіндеәдебиет атауы дұрыс көрсетілмеген;

- [31] – әдебиетте көрсетілген айырымдық теңдеуі қазақшаға дұрыс аударылмаған (диссертацияның 32-бетінде келтірілген).

Айырымдық теңдеулер жүйесі (1.4.2) дифференциалдық теңдеулер жүйесін жеке туындыларда интегралдау нәтижесінде алынады (1.3.3) және бастапқы жүйенің шешімімен сәйкес келетін шешімге әкелуі тиіс. Жеке туындылардағы теңдеулердің жалпы теориясы бұл үшін бастапқы және шекаралық жағдайлардағы есептерде уақыт бойынша және координатада қадамдардың торға қатынасына белгілі бір шектеулерді талап етеді, олар мынадай түрде ұсынылуы мүмкін [11]:

$$\left| \frac{\tau c_{ij}}{h} \right| \leq 1, \quad (1.5.1)$$

түрінде баяндалуы қажет.

Дегенмен, жоғарыда аталған кемшіліктер зерттеу жұмысының маңыздылығын төмендетпейді.

8.Диссертацияның қойылған талаптарға сәйкестігі.

Құттыбай Қалдығыз Кәрімқызының диссертациясы 7М06129-Математика және компьютерлік модельдеу білім беру бағдарламасы бойынша техника ғылымдарының магистрі дәрежесін алу талаптарына сай орындалған деп есептеймін.

9.Қорытынды.

Құттыбай Қалдығыз Кәрімқызының 7М06129 – Математика және компьютерлік модельдеу білім беру бағдарламасы бойынша техника ғылымдарының магистрі дәрежесін алу үшін «Тік бұрышты денде серпінді толқындар таралуының математикалық және компьютерлік моделін құру» тақырыбы бойынша ұсынылған магистрлік диссертациясы Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің магистрлік диссертацияларына қойылатын талаптарына сай және жұмысты 90, А- (өте жақсы)бағамен бағалауға болады деп есептеймін.

Ресми оппонент,
Оңтүстік Қазақстан Мемлекеттік
педагогикалық университеті,
«Математика» кафедрасының
профессоры, ф-м.ғ.к. Н.С.Иманбаев



Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университетінің Жаратылыстың факультеті 7М06129-Математикалық және компьютерлік модельдеу білім беру бағдарламасы бойынша техника ғылымдарының магистрі дәрежесін алу үшін Құттыбай Қалдығыз Кәрімқызының «Тік бұрышты денеде серпінді толқындардың әсерін зерттеу үшін серпінді толқындар таралуы мен дифракция процестерінің математикалық және компьютерлік моделін құру» тақырыбы бойынша ұсынылған магистрлік диссертациясына ғылыми жетекшісінің

ШҚІРІ

Құттыбай Қалдығыз Кәрімқызының диссертациялық жұмысы деформацияланатын қатты дене механикасы және айырымдар теориясының әдістерімен, серпінді толқындар динамикасының есебін шешу алгоритмін құру, модель бойынша есептеу тәжірибелерін жүргізу және нәтижесін талдауға арналған.

Диссертациялық жұмыста қарастырылған математикалық және компьютерлік моделдерді құру үшін тұтас орта қозғалысы мен Гук заңының дифференциалдық теңдеулері және бихарактеристикалық әдіс қолданылған. Математикалық физика теңдеулерін шешу әдістері, есептеу математикасы әдістері, айырымдық схемалар теориясы және математикалық модельдеу әдістері, сондай-ақ заманауи қолданбалы математикалық жүйелер қамтиды.

Диссертациялық жұмыста - серпінді толқындар динамикасының математикалық және компьютерлік моделдері, санды эксперименттер нәтижелері анықталған. Жұмыстың ғылыми жаңалығы тұтас орта механикасының динамикалық процестерін сипаттайтын гиперболалық теңдеулер жүйесінің есептеу алгоритмін және бағдарламасын құру ғылыми нәтижелер толығымен жаңа болып табылады. Сандық шешімдерді талдау барысында Delphi 7 қолданбалы бағдарламалау жүйесінде құрылған серпінді толқындар таралу есебінің сандық шешу алгоритмі жоғары деңгейде жарамдылығын көрсетті.

Құттыбай Қалдығыз Кәрімқызы диссертациялық жұмысты орындау барысында айырымдық теңделер, дербес туындылы теңдеулер, бихарактеристикалық әдісті жақсы меңгерді және алдына қойған мақсаттарына жете білді.

Құттыбай Қалдығыз Кәрімқызының 7М06129-Математикалық және компьютерлік модельдеу білім беру бағдарламасы бойынша техника ғылымдарының магистрі дәрежесін алу үшін дайындаған «Тік бұрышты денеде серпінді толқындардың әсерін зерттеу үшін серпінді толқындар таралуы мен дифракция процестерінің математикалық және компьютерлік моделін құру» тақырыбындағы диссертациялық жұмысы Білім және ғылым министрлігінің магистрлік диссертацияларына қойылатын талаптарына толық сәйкес орындалған және жұмысты қорғауға жіберуге болады деп есептеймін.

Ғылыми жетекшісі:
Қ.А.Ясауи атындағы ХҚТУ,
Математика кафедрасының
PhD доктор, аға оқытушы



Қолы: Сарсенов Б.Т.
РАСТАЙМЫН:
Қ.А.Ясауи атындағы
Халықаралық қазақ-түрік
университеті
Кадр бөлімінің
бастығы

Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университетінің Жаратылыстың факультеті 7М06129-Математикалық және компьютерлік модельдеу білім беру бағдарламасы бойынша техника ғылымдарының магистрі дәрежесін алу үшін Құттыбай Қалдығыз Кәрімқызының «Тік бұрышты денеде серпінді толқындардың әсерін зерттеу үшін серпінді толқындар таралуы мен дифракция процестерінің математикалық және компьютерлік моделін құру» тақырыбы бойынша ұсынылған магистрлік диссертациясына ғылыми жетекшісінің

ПІКІРІ

Құттыбай Қалдығыз Кәрімқызының диссертациялық жұмысы деформацияланатын катты дене механикасы және айырымдар теориясының әдістерімен, серпінді толқындар динамикасының есебін шешу алгоритмін құру, модель бойынша есептеу тәжірибелерін жүргізу және нәтижесін талдауға арналған.

Диссертациялық жұмыста қарастырылған математикалық және компьютерлік моделдерді құру үшін тұтас орта козғалысы мен Гук заңының дифференциалдық теңдеулері және бихарактеристикалық әдіс қолданылған. Математикалық физика теңдеулерін шешу әдістері, есептеу математикасы әдістері, айырымдық схемалар теориясы және математикалық модельдеу әдістері, сондай-ақ заманауи қолданбалы математикалық жүйелер қамтиды.


Диссертациялық жұмыста - серпінді толқындар динамикасының математикалық және компьютерлік моделдері, санды эксперименттер нәтижелері анықталған. Жұмыстың ғылыми жаңалығы тұтас орта механикасының динамикалық процестерін сипаттайтын гиперболалық теңдеулер жүйесінің есептеу алгоритмін және бағдарламасын құру ғылыми нәтижелер толығымен жаңа болып табылады. Сандық шешімдерді талдау барысында Delphi 7 қолданбалы бағдарламалау жүйесінде құрылған серпінді толқындар таралу есебінің сандық шешу алгоритмі жоғары деңгейде жарамдылығын көрсетті.

Құттыбай Қалдығыз Кәрімқызы диссертациялық жұмысты орындау барысында айырымдық теңделер, дербес туындылы теңдеулер, бихарактеристикалық әдісті жақсы меңгерді және алдына қойған мақсаттарына жете білді.

Құттыбай Қалдығыз Кәрімқызының 7М06129-Математикалық және компьютерлік модельдеу білім беру бағдарламасы бойынша техника ғылымдарының магистрі дәрежесін алу үшін дайындаған «Тік бұрышты денеде серпінді толқындардың әсерін зерттеу үшін серпінді толқындар таралуы мен дифракция процестерінің математикалық және компьютерлік моделін құру» тақырыбындағы диссертациялық жұмысы Білім және ғылым министрлігінің магистрлік диссертацияларына қойылатын талаптарына толық сәйкес орындалған және жұмысты қорғауға жіберуге болады деп есептеймін.

Ғылыми жетекшісі:
Қ.А.Ясауи атындағы ХҚТУ,
Математика кафедрасының
профессоры м.а., ф.-м.ғ.к.

Қолын
РАСТАЙМЫН:
Қ.А.Ясауи атындағы
Халықаралық қазақ-түрік
университеті
Қада бөлімінің
бастығы
М.А.Султанов



Ф-ФБ-001/001А

Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті
Жаратылыстану факультеті
7М06129-Математикалық және компьютерлік модельдеу
бағдарламасының магистранты
Құттыбай Қалдығыз Кәрімқызының ғылыми еңбектер мен ашылымдар
ТІЗІМІ

№	Ғылыми еңбек атауы	Баспадан немесе қолжазба құқығында	Басылым: журнал (аталуы, №, шыққан жылы) автор.куәліктің №	Баспа табақ саны, бет саны	Автор мен бірге, тегі, аты
1	ҚАТТЫ ДЕНЕДЕГІ ТОЛҚЫНДЫҚ ПРОЦЕСТЕРДІҢ КОМПЬЮТЕРЛІК МОДЕЛІН ҚҰРУ	баспа	Қ.А.ЯСАУИ АТЫНДАҒЫ ХАЛЫҚАРАЛЫҚ ҚАЗАҚ-ТҮРІК УНИВЕРСИТЕТІНІҢ ХАБАРЛАРЫ (МАТЕМАТИКА, ФИЗИКА, ИНФОРМАТИКА СЕРИЯСЫ), Түркістан қаласы, 37-46	10(0.625)	Сарсенов Б.Т. Құттыбай Қ.К
2	ҚАТТЫ ДЕНЕДЕГІ ТОЛҚЫНДЫҚ ПРОЦЕСТЕРДІҢ КОМПЬЮТЕРЛІК МОДЕЛІН ҚҰРУ	баспа	«ЗАМАНАУИ ҒЫЛЫМИ ЗЕРТТЕУЛЕР: ӨЗЕКТІ МӘСЕЛЕЛЕР, ЖЕТІСТІКТЕР МЕН ИННОВАЦИЯ» атты халықаралық ғылыми-тәжірибелік онлайн конференциясының МАТЕРИАЛДАРЫ 26-27 сәуір 2021 жыл, 323-328	9 (0,5625)	Сарсенов Б.Т. Құттыбай Қ.К

Сенат хатшысы

Магистрант

М. Асанова

Қ. Құттыбай

ҚОЖА АХМЕТ ЯСАУИ АТЫНДАҒЫ
ХАЛЫҚАРАЛЫҚ ҚАЗАҚ-ТҮРІК
УНИВЕРСИТЕТІ
КАДР БӨЛІМІ

РАСТАЙМЫН:
Қ. А. Ясауи атындағы
Халықаралық қазақ-түрік
университеті
Кадр бөлімінің
бастығы

