

004

Н90

**Нысанов Е.А.,
Джолдасова М.С.,
Жумашова Т.У.**

КОМПЬЮТЕРЛІК ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕУ

Оқу құралы



004
H90

Нысанов Е.А., Джолдасова М.С., Жумашова Т.У.

КОМПЬЮТЕРЛІК ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕУ

Оқу құралы



Алматы 2018

ӘОЖ 004.9:519.8 (075.8)

КБЖ 32.973/221 я 73

Н 90

*Оқу құралын М.Әуезов атындағы ОҚМУ оқу-әдістемелік кеңесі
баспаға ұсынған (хаттама № 8 .04.2014 ж.).*

Пікір жазғандар:

Аманбаев Т.Р.- М.Әуезов атындағы ОҚМУ «Математикалық әдістер және модельдеу» кафедрасының профессоры, ф.-м.ғ.д.;
Марасулов А.М.- Яссави атындағы ХҚТУ «Информатика және сандық әдістер» кафедрасының меңгерушісі, т.ғ.д.

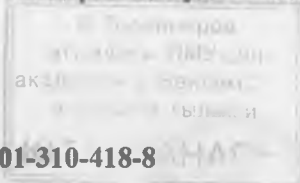
Нысанов Е.А., Джолдасова М.С., Жумашова Т.У.

Н 90 Компьютерлік және математикалық модельдеу /

Оқу құралы.-Алматы: CyberSmith, 2018. - 124 б.

ISBN 978-601-310-418-8

Қоғамды ақпараттандыру – экономиканың, ғылымның, мәдениеттің дамуының негізгі шарттарының бірі. Ал бұл жолда компьютерлік және математикалық модельдеуді меңгерудің ролі ерекше. Ұсынылып отырған оқу құралы «Информатика», «Математикалық және компьютерлік модельдеу» мамандықтарының студенттеріне, магистранттарына арналып жазылған және «Сандық әдістер», «Алгоритм және оның қиындығы» «Математикалық модельдеу», «Компьютерлік модельдеу» пәндерін оқытуда пайдалануға болады.



ӘОЖ 004.9:519.8 (075.8)

КБЖ 32.973/221 я 73

ISBN 978-601-310-418-8

725351

© Нысанов Е.А., Джолдасова М.С.,
Жумашова Т.У., 2018

© CyberSmith, 2018

КІРІСІНЕ

Болашақ мұғалім оқу үдерісінде оқушыларды ақпараттық-компьютерлік сауаттылықпен қамтамасыз ететін және ақпараттық технологиялар құралдары негізінде ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеу идеологиясын жүргізетін негізгі тұлға болып табылады.

Болашақ информатика мамандарына информатика пәндер жүйесін оқытуда жүйелі ақпараттық білімді пәннің теориялық және қолданбалы аспектілерін ұштастырғанда ғана терең де берік қалыптастыруға болады. Қазіргі кезде өмірдегі көптеген мәселелерді шешу практикалық және теориялық жүйелеу амалдарынсыз, оның ішінде ақпараттық модельдеусіз мүмкін емес. Солардың ішінде ғылыми зерттеудің жаңа әдісі ретінде компьютерлік және математикалық модельдеу болашақ информатика студенттері үшін аса қажетті болып табылады. Кейбір нақты құбылыстар мен жүйелерді қарапайым модельдеу арқылы зерттеуге болады, бірақ құбылыстар күрделі болса, онда нақты шындыққа жуық модель құру қажет. Болашақ информатика мамандарын модельдеуге оқыту қажеттігі келесі негізгі факторлармен, яғни модельдеу әдістері мен модельдері экономикалық, физикалық, биологиялық, химиялық және т.б. адам қызметі салаларының көптеген мәселелерін шешуде қолданылатыны. Болашақ маманның бойында кәсіби құзырлылықты қалыптастыру, яғни модельдеу бойынша олардың білімдерін нақты өмірде қолдана білу қабілеттілігі қазіргі замандық білім беру саласының өзекті мәселелерінің бірі. Сонымен, болашақ информатика мамандарына компьютерлік және математикалық модельдеуді оқытудың ғылыми-әдістемелік негіздерін зерттеп, компьютерлік математика жүйелерін, бағдарламалау тілдерін пайдаланып оқыту маңызды роль атқарады.

Оқу құралында модельдер түсінігі, түрлері және оларды жасау кезеңдері, модельдеуді оқытудың педагогикалық-психологиялық негіздері, модельдер құрудың жалпы принциптері, яғни модельдеуді оқытудың теориялық аспектілері мысалдар арқылы толық сипатталған. Mathcad компьютерлік математика жүйесінің және Турбо Паскаль бағдарламалау тілінің ерекшеліктері мысалдар арқылы жан-жақты талқыланған. Компьютерлік математика

жүйесін және бағдарламалау тілдерін пайдаланып математика, физика, экономика, статистика салаларында компьютерлік және математикалық модельдеу нақты мысалдарда көрсетілген.

І МОДЕЛЬДЕУДІ ОҚЫТУДЫҢ ТЕОРИЯЛЫҚ АСПЕКТІЛЕРІ

1.1 Модельдер түсінігі, түрлері және оларды жасау кезеңдері

Компьютерлер – ғылыми зерттеулер, процесстердің моделін жасау, сан қилы эксперименттерді орындау үшін керемет құрал.

Модель дегеніміз не өзі? Ойыншық кеме мен компьютер экранындағы қатаң математикалық абстракцияны бейнелейтін сурет арасында қандай ұқсастық бар?

Дегенмен, ұқсастық бар: екі жағдайда да біз нақты объектінің немесе құбылыстың бейнесіне белгілі дәрежеде шынайы немесе түгел дерлік көшірмеленген «түп-нұсқаның» «орынбасарына» тап боламыз. Былайша айтқанда, модель объектінің нақты пішінінен басқашалау болып шығады.

Табиғат туралы, қоғам туралы ғылымдардың барлығында дерлік модельдерді құрастыру мен қолдану дегеніміз-танудың күшті құралы. Нақты объектілер мен процесстер соншалықты көп қырлы және күрделі болады, оларды зерттеудің ең жақсы әдісі-нақтылықтың бір қырын ғана бейнелейтін (сондықтан бұл нақтылықтан неғұрлым қарапайым) модельді құру және зерттеу. Ғылымның көп ғасырлық тәжірибесі бұл амалдың жемістілігін іс жүзінде дәлелдеді [1].

Модель-объектінің, нақты немесе ойдан шығарылған әлем процесінің елеулі жақтарын бейнелейтін көрсетім. Объект (процесс) туралы түсінік, оның құрылымы, негізгі қасиеттері, даму және қоршаған әлеммен өзара қарым-қатынас заңдары қандай, басқару әдістерінің ең тиімділерін айқындап, іс-әрекеттерін болжау үшін модель керек. Бір объектінің бірнеше модельдері болуы керек, түрлі объектілер бір модельді сипаттауы мүмкін. Бұл елеулі белгілерді таңдау зерттеудің мақсаттарына байланысты екенімен түсіндіріледі. Модельдік көрсетімдердің мынандай негізгі түрлері болады:

1. **Графикалық көрсетім.** Бұған фотосуреттер, суреттер, сызбалар, чертеждер үлгі бола алады.

2. **Сөзбен сипаттау.** Бұл объектінің негізгі құрамдық бөліктерін, аса маңызды белгілері мен қасиеттерін сөзбен санап шығу. Мұндай модельдің мысалы ретінде алгоритмді, жол жүру ережелерін атауға болады.

3. **Ақпараттық-логикалық модельдер.** Зерттеудегі объект

(процесс) туралы қажетті ақпараттың бәрін қамтитын шамалар жиынтығы ақпараттық модель деп аталады. Мысал ретінде ақпарат ұсынудың әмбебап құралы деп кестені, блок-сызбаны атауға болады.

4. **Математикалық модель.** Мұндай модельдер объектінің (процестің) елеулі ерекшеліктерін көрсететін тендеулер және функциялар негізінде құралады.

5. **Шынай модель.** Бұларға техникалық модельдер (мысалы, автомобиль, ұшақ модельдері) жатады.

Модель жасау кезеңдері:

Бірінші кезең – модель жасаудың мақсаттарын анықтау.

Олардың негізгілері:

- Нақты объект қалай жасалған, оның құрылымы, негізгі қасиеттері, даму және қоршаған әлеммен өзара қарым-қатынас заңдары қандай екенін түсіну;

- Объектіні (немесе процесті) басқаруды үйрену және қойылған мақсаттар мен өлшемдер бойынша оны басқарудың ең тиімді әдістерін анықтау;

- Объектіге ықпал жасаудың тікелей және жанама салдарын болжай білу.

Екінші кезең – алғашқы объектінің (процестің) нобайлануы.

Бұл кезеңде ақпараттың нақты объектіден оқшалануы жүреді, маңызды ақпарат бекітіліп, елеусіз алынып тасталады. Объектінің іс-әрекеті немесе процестің барысы бағынышты шамалар (кірістік шамалар) және де модель жасау нәтижесінде алынуға тиісті шамалардың (шығыстық шамалар) тізімі жасалады. Бір есеп үшін елеусіз ақпарат басқасы үшін маңызды болуы мүмкін және одан айырылу есептің дұрыс шешілмеуіне әкелетінін немесе қажет шешімді алуға мүмкіндік және одан айырылу есептің дұрыс шешілмеуіне әкелетінін немесе қажет шешімді алуға мүмкіндік бермейтінін атап өту маңызды. Елеусіз ақпараттың тіркелуі қосалқы қиындықтар әкеледі, шешімге жетелейтін жолда кедергілер жасайды. Кірістік параметрлерді олардың шығыстарға әсерінің маңыздылығы бойынша бөлу (ранжерлеу) маңызды.

Үшінші кезең – сипаттаманы іздеу.

Бұл кезеңде модельденіп жатқан объект туралы ақпарат құрылымданып, компьютерде өңделуге дайындалады. Модельдің абстрактілі сипаттау тұжырымдамасынан нақты, толыққанды

тұжырымдамасына өту қажет. Модель тұжырымдалған кезде оны зерттеу әдісі қандай болады

Төртінші кезең – алгоритмді құру және ЭЕМ-ге арналған бағдарламаны құрастыру.

Бұл шығармашылық және қиын пішінделетін процесс. Қазіргі кезде құрылымдық және объекті бағытталған бағдарламалаудың амалдары кенінен таралған. Бағдарламалау тілін таңдау әдетте бағдарламашының тәжірибесіне, стандарттық бағынынкы бағдарламалар және ашық кітапханалар болуына байланысты. Кейбір жағдайларда есептеулерді дайын бағдарламалық өнімдерді (мысалы, электрондық кестелерді немесе арнайы математикалық пакеттерді) пайдаланып өткізу ыңғайлы.

Бағдарламаны құрастырғаннан кейін оның көмегімен өрескел қателерді түзету мақсатында қарапайым тестілік есептерді (жауабы алдын ала белгілі болғаны жақсы) шешеміз.

Егер ЭЕМ-де алынған кейбір процестің сипаттамалары сараптау мен нақтылықтың берілген дәрежесінде сәйкестенсе, модель нақты процеске тепе-тең. Модель нақты процеске сәйкес келмеген жағдайда алдыңғы кезеңдердің біріне қайтып ораламыз. Қайтудың мүмкін нүктелері сызбада көрсетілген: нобайлану процесінде кейбір маңызды факторлар алынып тасталған немесе елеусіз факторлар тым көп алынған, осыған орай модельді нақтылау қажет: зерттеу әдісін таңдау онша сәтті болмаған, сондықтан оның неғұрылым күрделісін және нақтысын қолдану қажет. Өзгерістерді енгізгеннен кейін технологиялық тізбек бөлігінен тағы өтеміз де, қолайлы нәтижелер алғанша қайталай береміз.

Егер нәтижелер эксперименттік деректерге немесе бідің интуициялық түсініктерімізге сай болса, бағдарлама бойынша есептеулер жүргіземіз. Нәтижелер жинақталып, өңделеді.

1-мысал. Сынып журналы бар. Үлгерімді бақылау және сапалы талдау жасау үшін сынып жетекшісі үшін есеп беру моделін жасаныз.

Есеп берудің қарапайым моделі.

I кезең. Модель жасау мақсаттарын анықтау.

Жалпы алғанда, келесі мақсаттарды ерекшелуге болады:

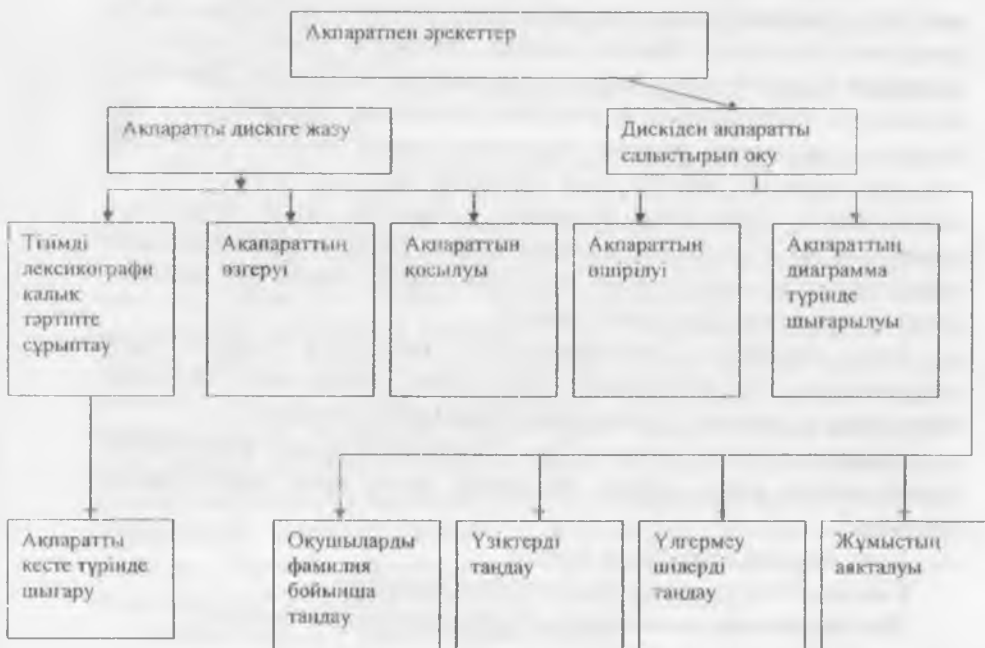
- Ақпаратты сақтау;
- Ақпаратты реттеп отыру мүмкіндігі;
- Ақпараттың пайдаланушы үшін ыңғайлы түрде берілуі;

- Деректерді кейбір критерийлер бойынша таңдау мүмкіндігі;
- Пайдаланушының модель жұмыс істеуі барысында ақпаратты өзгерте алу мүмкіндігі.

II кезең. Объектіні сипаттайтын сан қилы ақпараттың ішінен модель жасау мақсаттарымен байланыстысын ерекшелеу. Мұндай ақпаратқа оқушылар тізімі, олардың саны, төрт негізгі пәндер бойынша (мысалы, физика, математика, информатика, ана тілі) қорытынды (тоқсандық немесе жылдық, директордың талабына қарай) бағалар жатады.

III кезең. Ақпараттық модельмен жұмыс істеу үшін-кестелерді қолдану, ақпаратты дискіде сақтау пәндер бойынша сапалық талдау үшін (пән бойынша «4» және «5» үлесі олардың жалпы санына байланысты) қолданушыға ақпаратты кестелер және диаграммалар түрінде ұсыну бәрінен де тиімді.

Қарапайым модельді схема түрінде көрсетеміз.



Мұндай модельді деректер базасын басқару жүйесі, электронды кесте және программалау тілі көмегімен жүзеге асыруға болады.

IV кезең. QBasic программалау тілін таңдаймыз. Бұған дейін деректер пернетақтадан енгізіледі және нәтиже экранға шығарылады. Компьютерді ажырату және қосу жағдайында алғашқы деректерді енгізуге тура келеді. QBasic-те бұл деректерді дискіде файлда сақтау мүмкіндігі бар. Бұл үшін жұмысты бастар алдында деректерге арналған файлды ашу қажет, мұнан соң деректерді дискіден жазып алу немесе салыстырып оқу керек.

1.2 Модельдеуді оқытудың педагогикалық-психологиялық негіздері

Пән мұғалімінің іс-әрекетінің негізгі түрлерін бағдарлау оның кәсіби іскерлігін қалыптастыруда анықтаушы роль атқарады. Негізінен маман іс-әрекетінің барлық жақтарын оқу үдерісінде қалыптастырады, сондықтан оның іс-әрекеті негізінен сабақтың айналасына жинақталады.

Болашақ мұғалімдерде қалыптасатын іс-әрекеттердің мынадай негізгі түрлері бар:

1) анализдеу-синтездеу іс-әрекеті. Бұл іс-әрекетке пән оқулықтары мен электронды оқулықтардағы оқу материалын логикалық тұрғыдан талдау, оқулық әдебиеттерді әдістемелік тұрғыдан талдау. Талдау нәтижесі мұғалімге оқу материалын дұрыс таңдауға мүмкіндік береді.

2) Жоспарлау және құрастыру. Оған оқу материалын тақырыптық және күнтізбелік жоспарлау, сабақты жоспарлау (сабақтың, факультативтің толық конспектісін, жоспарын жасау).

3) Оқу үдерісінде білімгерлердің іс-әрекетін сабақтың әртүрлі кезеңінде ұйымдастыру және оны басқару. Бұл іс-әрекетке оқушыларды сабақтағы әртүрлі іс-әрекетке: оқулық пен ғылыми-көпшілік әдебиетті оқуға, әртүрлі бағдарламаларды құруға, сабақта және үйде әртүрлі оқу материалдарымен өзбетімен жұмыс істеуге, реферат дайындауға, қалыптан тыс бағдарламалар құруға, баяндамалар дайындауға және т.б. саналы көзқарасты ұйымдастыру.

Студенттердің танымдық іс-әрекетін басқару әртүрлі жолдармен жүзеге асырылуы мүмкін: 1) тікелей басқару - белгілі оқу-таным іс-әрекеттерін қалыптастыру және бақылау мен өзін-өзі

бақылау арқылы; 2) жанама басқару - оқу материалы мен оқу құралы арқылы; 3) білімгерлердің жұмысын бақылаудың түрлерін ұйымдастыру (ауызша сұрау - жаппай сұрау және жеке сұрау, тест арқылы, жазбаша жұмыста - өздік жұмыс, бақылау жұмыстары).

Болашақ мұғалім іс-әрекеттің бұл түрін күнделікті жүргізіп отырады. Сұрақты нақты қою, жауаптарға түсініктеме беру, рецензиялау, жауап жоспарын жасау, жоспарға сәйкес жауаптарды талдау және т.с.с.-осының бәрі басқаның іс-әрекетіне дұрыс баға беру білігін қалыптастырады өзін-өзі бағалауды қалыптастыру шешу үлгісінің негізінде өз жұмысының қателерін талдау жолымен жүзеге асырылады.

Сонымен болашақ мұғалім тұлғасы оның іс-әрекетінің құрылымын бейнелей отырып қасиеттер мен сипаттамалардың жәй жиынтығы емес, кәсіби және танымдық бағыттылығы бар біртұтас құрылым болып табылады. Бұл кәсіби білім беру жүйесінің психологиялық-педагогикалық негізін білдіреді.

Болашақ мұғалім оқу үдерісінде оқушыларды ақпараттық-компьютерлік сауаттылықпен қамтамасыз ететін және ақпараттық технологиялар құралдары негізінде ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеу идеологиясын жүргізетін негізгі тұлға болып табылады.

Информатика курсын мектептің бастауыш сыныптарына енгізу және информатика курсындағы ақпараттық технологияны пайдалануды байланыстыру бастауыш сынып мұғалімдері дайындығының ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеу саласынан білім, білік, дағдыларына ерекше талап қояды.

Болашақ мұғалім оқу үдерісінде оқушыларды ақпараттық-компьютерлік сауаттылықпен қамтамасыз ететін және ақпараттық технологиялар құралдары негізінде ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеу идеологиясын жүргізетін негізгі тұлға болып табылады.

Информатика курсын мектептің бастауыш сыныптарына енгізу және информатика курсындағы ақпараттық технологияны пайдалануды байланыстыру бастауыш сынып мұғалімдері дайындығының ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеу саласынан білім, білік, дағдыларына ерекше талап қояды.

Сондықтан біз білімді ақпараттандыру барысындағы болашақ мұғалімді кәсіби мамандыққа ақпараттық-компьютерлік және

математикалық модельдеу негізінде дайындаудың кешенді жолдарын ұсынамыз. Біздің көзқарасымыз бойынша, мұғалім мына дайындықтарды меңгерген болуы қажет:

- қоғамды ақпараттандыру үдерісінің мәнін, әлеуметтік алғы шарттары мен салдарын түсінетін;

- жеке тұлғаға ақпараттандыру үдерісінің әртүрлі аспектіде әсер етуін талдай білетін;

- информатика ғылымының пән ретінде дамуындағы мәнін қарастыра алатын;

- білімдегі ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеудің орны және оны пайдаланатын орталар мен оның нәтижесін болжай алатын;

- ғылыми прогрестің дамуындағы информатика ғылымының қалыптасуын, алатын орнын түсінетін;

- мектеп бағдарламасындағы информатика пәнінің орны мен ролін және оның оқушының жеке тұлға ретінде қалыптасуына әсерін түсінетін.

Болашақ мұғалімнің ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеу негізіндегі дайындығы кәсіби дайындықтың ірге тасы болатын білім, іскерліктеріне жатады. Бұл білімнің оқушыларда қалыптасуы біртіндеп бастауыш, орта білім беру деңгейінде және осы саладағы білімін жетілдіре түсу нәтижесі үйірмелерде, кәсіптік бағыттағы дайындықтарда, онан кейін жұмыс барысында қалыптасады. Жоғарғы оқу орындарында болашақ мұғалім мамандығы студенттерін дайындаудағы мақсаттар мыналар болып табылады:

- жалпы білім жүйесінде қолданылатын ақпараттық-компьютерлік технологияның техникалық құрылымдарымен танысу .

- жоғары оқу орнына дейін алған білімдерін жүйелеу;

- информатиканың негізгі теориялық мәселелерін жоғары деңгейде қарастыру;

- информатика курсына ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеуді уағыздаудың теориялық концепциясы;

Апараттық-компьютерлік және математикалық модельдеу негізінде білім, білік, дағдыларды игеру нәтижесінде болашақ мұғалімдерге қойылатын талаптар:

- информатиканың негізгі ұғымдары туралы, яғни ақпарат,

модель, алгоритм, бағдарлама, орындаушы туралы мағлұмат;

- компьютер қызметі, міндеттері және негізгі принциптері мен әртүрлі құрылғыларының қалай жұмыс жасайтындығы туралы;

- файлдар мен бағдарламалар жүйесін және ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеу үшін компьютерді қолдануды ұйымдастыру принциптерін түсіну;

- операциялық жүйелер туралы білу;

- негізгі бағдарламалық кешендермен жұмыс жасай білу керек, олар компьютерлі оқу-әдістемелік кешендер, электронды оқу-әдістемелік кешендер, пәнге-бағдарлы орталар, лабораториялық практикумдар, бақылау бағдарламалары, музыкалық, мәтіндік және графикалық редакторлар, электрондық кестелер; мәліметтер базасы; педагогикалық бағдарламалық жабдықтар; электронды оқу-әдістемелік кешендер; мультимедиялы құралдар;

- құрылымдық, объектілі-бағдарлы бағдарламалау негіздері туралы білім, біліктіліктерінің болуы;

- қоғамда компьютерді пайдаланудың негізгі бағыттары және оның даму болашағы туралы білу;

- жана формация мектептерінде қолданылатын техникалық, мультимедиялы оқыту құралдары мен жұмыс жасай білуі қажет.

Болашақ мұғалімдер денсаулық сақтауды қамтамасыз ету үшін оқу үдерісінде ЭЕМ-ді пайдалануда оқушылардың тиімді жұмыс жасауы мен қауіпсіздігін қамтамасыз ететін қажетті білім мен біліктіліктері жатады. Денсаулық сақтау мен психологиялық жағдай баланы оқыту мен оның дұрыс дамуындағы басты факторлар болып табылады.

Болашақ мұғалімнің оқу-әдістемелік дайындығына олардың ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеу негізінен білім мен біліктілігінің ерекшелігі жатады. Осыған байланысты ұсынылған компьютерлік оқу-әдістемелік кешендегі маманды кәсіби дайындаудағы ортақ мәселе білім мен біліктілік деңгейін қамтамасыз ету. Болашақ жас маман:

- өз жұмысында ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеуді пайдалану мүмкіндіктерін көрсете алуы тиіс;

- білім беруде ақпараттық технологияны пайдаланудың жалпы принциптерін білуі керек;

- ақпараттық технологияның құралдары мен оларды іске асырудың техникалық құралдарын білуі керек;

- педагогикалық ерекшеліктері мен электронды оқу-әдістемелік құралдардың кемшіліктерін талқылай білуі керек;

- информатикалық пәндер бойынша ақпараттық технологияға оқыту жұмыстарын жоспарлай білу керек;

- оқушылардың әртүрлі пәндерді ұйымдастыру формасында компьютерлік технологияны пайдалана білуі керек;

- мектеп курсындағы пәндер мен информатиканы байланыстыру арқылы пәнаралық байланысты білуі керек;

- ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеу элементтерін бастауыш мектеп курсына енгізуді дәстүрге айналдырып, енгізілген мәліметтердің сәйкестігі туралы талқылаулар жасай білуі қажет;

- ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеуді оқу үдерісін ақпараттық-әдістемелік қамтамасыз ету құралы ретінде пайдалана білуі керек;

- электронды оқулықтарды қолдануды және оны мектептегі білімді ұйымдастырушы ретінде пайдалана білуі қажет;

- оқушылар үшін мультимедиялы-бағдарламалық құралдарын жасап, оларды пайдалана білуі керек;

- болашақ мұғалімдерде ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеу негізінде сабақ беру әдіс-тәсілдерінің қалыптасуы тиіс.

Бұл көрсетілгендерді ескере отырып студенттің білімі мен біліктілігін тек информатика курсы аймағында кәсіби шебер мұғалім дайындау мүмкін деу қате. Оқыту үдерісінің кешенді концепциясына негізделген кешендік амал мамандық пәндер циклінде студенттердің ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеу сауаттылығы және ақпараттық мәдениеті мен олардың орта мектеп курсына алған компьютерлік сауаттылығының бір-бірімен байланысын қалыптастырады.

Педагогикадағы кешендік амал маман дайындаудағы оқыту мен ұйымдастыру процесінде жеке тұлғаны қалыптастырады. Кешендік амал оқу үдерісінің тиімділігін арттырады және төмендегі қызметтерді орындайды:

- берілген үдеріске қатысатын барлық оқушылар орталығын құрайды;

- барлық кәсіби білім мен тәрбие мәселесіндегі шешімдерді жоспарлай білуді қамтамасыз етеді;

- студенттік барлық жеке тұлға аумағындағы маман дайындау үдерісін енгізуді қамтамасыз етеді;

- оның барлық бөлімін құрудағы маман дайындау үдерісіндегі сабақтастықты құра білуді талап етеді.

Болашақ мұғалім дайындау үдерісінің кешендік амалын ұйымдастырудың бірнеше кезеңдері бар, олар:

Бірінші кезең – студентті білімділікке дайындап, ойлау қабілетін дамыту, өздігінен таным іс-әрекетін қалыптастырумен байланыстырып уағыздау. Бұл кезең бойынша жүргізілген жұмыстың ерекшелігі студентті жеке тұлға ретінде қалыптастырып, онымен жалпы таным әдісін байланыстыру.

Екінші кезең кәсіби артықшылығына байланысты болады. Ұйымдастыру жалпы білім беру және кәсіби дайындық арасындағы мамандандыру пәндерін оқытумен байланыстыруды қамтамасыз етеді. Бұл кезеңде кең сапалы кәсіби мамандар сипатындағы әдістер пайда болады.

Үшінші кезең арнайы артықшылығына байланысты болады. Бұл кезеңде арнайы және мамандандыратын пәндерді оқытқанда студенттер мен оқушылар арасында келісімді байланыстар болуы қажет.

Осы әрбір айтылған кезеңде мамандық пәндерді оқыту туралы қажет жұмыстар жүргізіп, студенттердің ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеу құралдарымен жұмыс істеуі қажет.

Бірінші кезеңде берілген жұмыс студенттерде қоғамды ақпараттандыру процесі туралы түсінікті қалыптастыруға бағытталған. Жалпы жоғары білім беретін «Информатика» курсы осы кезеңдерде оқыту қажет.

Екінші кезеңде мүмкіндігіне қарай көп пәндерде компьютер техникасын жоспарлы пайдалану арқылы жүргізіледі. Студенттердің техникалық құралдарды пайдалану арқылы оқыту, олардың берілген құралдарды өз жұмысында пайдалану әдістемесін біртіндеп қалыптастырады.

Үшінші кезеңде мамандық пәндерді оқыту жұмысы екі бағытта жүреді. Бірінші бағыттағы жұмыс компьютерлік техникаға үйрету және талдау мүмкіндігі мен әдістемесін байланыстырып орта, пән сабақтарында пайдалану. Екінші бағыт кейбір курстарда информатика пәнінің мүмкіндіктерін оқытуға бағытталған.

Жоғарыда жасалған концепцияларға сәйкес жоғары оқу

орындарындағы оқу барысында студенттерді мамандық пәндер бойынша ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеу негізінде кәсіби дайындау туралы тереңірек айтып, сипаттағанын байқаймыз. Бұл оқу пәндері блоктарының әрқайсысын оқытқанда олардың мазмұнына қарай мамандық пәндер және ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеуге байланысты сұрақтар қарастырылады.

Мұғалімдер әрекетінің үйлестірілуі жөніндегі негізгі жұмыс информатика пәнінің мұғаліміне тиесілі. Пәндерді келісіп өткізу барысында ұйымдастыру арқылы бірігіп сабақтар өткізген пайдалы.

Бұл студенттерге және мұғалімдерді оқытып жатқан объектілер мен құбылыстардың мәніне тереңірек түсінуіне мүмкіндік береді, және студенттің қабілеттілігін дамытуға және оны болашақ жұмыста пәнаралық байланыстарды қолдануға бағыттайды.

Студенттерді дайындаудың жоғары құрылымына негіздеп, олардың информатика пәнін меңгеру саласындағы бағыттары жөнінде айтуға болады. Дегенмен бұл жүйеде тек бастауыш сыныптарда информатиканы оқыту мәселелері үстірт қарастырылған және осы бағыттағы әдістемелік бағыт дәйекті түрде кездеспей отырғандығын мойындаймыз.

Орта білім беру стандарттарына сәйкес сыныптарда оқытылатын информатиканың жалпы білім беру курсы екендігі белгілі. Сондықтан мектеп мұғалімдерінің информатикадан жеткілікті білім алулары қажет. Бұл мәселенің көкейкестілігі ЖОО ауыл мектептері компьютермен толық жабдықталғандығымен, оның оқу-бағдарламалық кешендері мектепке жаңа формация мұғалімдерін дайындаумен толығыады.

Бүгінгі таңда ауылдық мектептің оқушыларын қалалық мектептердің оқушыларымен салыстырғанда информатика саласындағы мамандардың тапшы болуы, бұрыннан бар информатика мұғалімдерінің ақпараттық-компьютерлік және жаңа педагогикалық технологиялардан оқыту әдістемесінің ерекшеліктерін білмеуі себебінен бұл саладағы білімдері әлдеқайда төмен жағдайда қалып отыр.

Осы бағыттағы олқылықтарды ақпараттық және компьютерлік технологияны қолдануға, ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеуді қолдану есесінен іске асыруға болады.

Мамандық бойынша дайындыққа жалпы білім берушілік және

әдістемелік жағынан студенттердің жоғарыда көрсетілген нұсқа бойынша жүргізілетін дайындығы негіз болады.

Демек, біз ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеудің студенттердің танымдық әрекеттерінде алатын орны мен атқаратын қызметін, яғни оларды ақпараттық-компьютерлік және математикалық модельдеу негізінде ұйымдастыру мен басқарудың психологиялық негіздерін анықтадық. Бұл бізге жоғары оқу орындарында студенттерге кәсіби ақпараттық-компьютерлік бағытында білім беру мазмұнын аша түсуге негізгі себеп болады.

1.3 Модельдер құрудың жалпы принциптері

Бұл бөлімде алдыңғы бөлімдерде келтірілген мәліметтерге сүйене отырып, модельдеуді оқып-үйрену әдістемесін жасап, оны нақты мысалдарда пайдаланамыз. Сонымен модель дегеніміз – нақты объектіні, процесті немесе құбылысты ықшам әрі шағын түрде бейнелеп көрсету. Модельдеу – объектілерді, процестерді немесе құбылыстарды зерттеу мақсатында олардың модельдерін (макеттерін) құру [1].

Әрбір адамның күнделікті іс-әрекетінде белгілі бір мәселені шешу немесе кез- келген жұмыс орындалмас бұрын оның сана-сезімінде алдын ала орындалу моделі жасалады. Мысалы, жолдан өту немесе дүкенге бару, сабақ оқу, т.с.с. әрекеттерді орындау алдында өз ойымызша жолдан қалай өту, қандай жолмен бару, қай сабақтан бастап дайындалу сияқты іс- әрекеттер тізбегінің моделі жасалады.

Модель көрнекі түрде жазбаша жоспар, сызба (чертеж) ретінде жасалуы мүмкін. Мұндай модель барлық уақытта біздің ойымызда бейнеленетін прототип пайда болғанға дейін жасалады. Бір объект (процесс, құбылыс) үшін әртүрлі модельдер жасалуы мүмкін. Модельдің жасалуы зерттеу мақсатына және прототип жөнінде жинақталған мәліметтердің көлеміне тәуелді болады.

Мысалы, жуық арада басқа қалаға қыдырып баратын болдық делік. Ол қала туралы өзіміз білетін мәліметтерді жинақтап, ойымызды қорытып, қиялымызда сол қаланың моделін жасай бастаймыз. Мұндағы жалпы мақсатымыз – басқа қаламен танысу. Қаланы аралап келгеннен соң, толық мәлімет алғандықтан, ойымыздағы модель өзгеруі мүмкін. Ал сол қаланың сәулетші



Сурет 1.1-Модельдерді көрсетілу әдісіне қарай топтау

Материалдық модельді басқа сөзбен заттық немесе физикалық деп айтуға да болады. Олар түпнұсқаның геометриялық және физикалық қасиеттерін көрсетеді. Материалдық модельдердің қарапайым мысалдары балалар ойыншықтары бола алады. Ақпараттық модель дегеніміз объектінің, процестің, құбылыстың қасиеттері мен күйін сипаттайтын ақпараттар жинағы және сыртқы әлеммен өзара байланыс болып табылады. Ақпараттық модельді қолмен ұстап, көзбен көре алмаймыз. Себебі, олар тек ақпараттарға ғана құрылады. Мұндай модельдер қоршаған ортаны ақпараттық жағынан зерттеуге мүмкіндік береді. Ақпараттық модель вербальдық және таңбалық болып бөлінеді. Вербальдық модель дегеніміз – ойша немесе әңгіме түрінде жасалған ақпараттық модель. Таңбалық модель деп арнайы таңбалармен, яғни кез келген жасанды тіл құралдарымен көрсетілген ақпараттық модельді айтады. Тарату тәсіліне қарай модельдер компьютерлік және компьютерлік емес болып бөлінеді. Компьютерлік модель деп программалық орта көмегімен іске асатын модельдерді айтады.

Бастапқыда модель деп анықталған жағдайда объектіні алмастыратын қандай да бір көмекші объекті аталған. Сондықтан табиғат заңдарының әмбебаптығы, модельдеудің жалпылығы, және біздің білімдерімізді модель түрінде бейнелеудің мүмкіндіктері сәйкессіз болды. Мысалы ертедегі философтар табиғи процестерді модельдеу мүмкін емес, табиғи және жасанды процестер түрлі заңдылықтарға бағынады деп санады. Олар табиғатты тек қана логиканың, талқылау әдістерінің, пікір алмасулардың, яғни замандық терминологияның, тілдік модельдеудің көмегімен

бейнелеуге болады деп жобалады. Ұзақ уақыттар бойына “модель” түсінігі арнайы типтегі материалдық объектілерге ғана, мысалы манекен (адам денесінің моделі), плотинаның кішірейтілген гидродинамикалық моделі, кемелер мен самолеттердің, жануарлардың модельдері ретінде қалыптасты.

Уақыт өте келе нақты объектілер жасанды сызбалардың, суреттердің, карталардың модельдік ерекшеліктері арқылы сипаттала бастады. Келесі қадамда модель ретінде нақты объект ғана емес абстрақтылы, идеалдық құрылымдардың да жұмыс істеу мүмкіндіктері белгілі болды. Мұның мысалы математикалық модельдер бола алады. Математика негіздерін зерттеумен айналысатын математиктер мен философтардың еңбектерінің нәтижесінде модельдер теориясы жасалды. Онда модель бір абстрақтылы математикалық құрылымның басқасына бейнелену, түрлендіру нәтижесі болып анықталады.

XX ғасырда модель түсінігі нақты және идеалдық модельдерді қатар қамтитындай болып жалпыланды. Сондықтан, абстрақтылы модель түсінігі математикалық модельдер шеңберінен шығып, әлем туралы білімдер мен танымдардың барлығына қатысты болды. Модель түсінігінің айналасындағы кең талқылаудың қазіргі кезде де жалғасып отырғандығын естен шығармау қажет. Бастапқыда ақпараттық, кибернетикалық бағыттардағы ғылыми пәндер аясында, содан соң ғылымның басқа да салаларында түрлі тәсілдермен іске асырылатын модель ретінде танылды. Негізінде модель білімнің мәнін нақтылау тәсілі ретінде қарастырылады.

Модель (Model, simulator) – 1) қасиеттері белгілі бір мағынадағы жүйенің немесе процестің қасиеттеріне ұқсас объектілер немесе процестер жүйесі; 2) сериялы бұйымдарды жаппай өндіруге арналған үлгі, эталон; кез-келген бір объекті жұмысы, мысалы, процессордың жұмыс істеуін модельдейтін программа немесе құрылғы. Ол материалдық объект түрінде, математикалық байланыстар жүйесі ретінде немесе құрылымды имитациялайтын программа күйінде құрастырылады да, қарастырылатын объектінің жұмыс істеуін зерттеу үшін қолданылады. Модельге қойылатын негізгі талап – оның қасиеттерінің негізгі объектіге сәйкес келуі, яғни барабарлығы.

Модельдеу (Моделирование; simulation) – кез-келген құбылыстардың, процестердің немесе объект жүйелерінің

қасиеттері мен сипаттамаларын зерттеу үшін олардың үлгісін жасау және талдау; бар немесе жаңадан құрастырылған объектілердің сипатын анықтау немесе айқындау үшін олардың аналогтарында (моделінде) объектілердің әр түрлі табиғатын зерттеу әдісі. Модель төрт деңгейде түпнұсқаның гносеологиялық орынбасары бола алады: 1-элементтер деңгейінде, 2- құрылым дейгейінде, 3- қалып-күй немесе қызметтік деңгейінде, 4- нәтижелер дейгейінде. Сипаты бойынша модельдеу материалдық және идеалдық болып бөлінеді. Материалдық модельдеу объектінің геометриялық, физикалық, динамикалық және қызметтік сипатын нақты дәл береді. Идеалдық модельдеуге объектінің ойдағы бейнесі жатады. Ойша модельдеу тіл көмегімен іске асырылады.

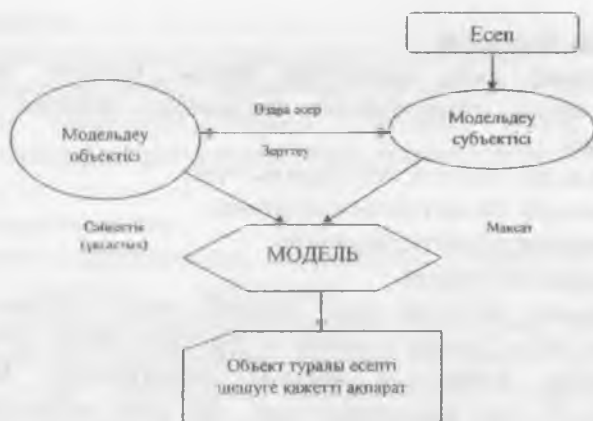
“Модель” түсінігі кибернетикада бақыланатын объектілер класын сипаттайтын теорияның моделін белгілеуде жиі қолданылады. Демек, кибернетикада берілген нақты объектінің моделі осы объект туралы теорияның моделі болып табылады. Компьютерлік модельдеу – бұл да оқып үйренетін объекті теориясының модельденуі.

Модельдеуші (модель субъектісі) тек адам бола алады. Модельдеу объектісі *табиғи* (өсімдік, күн системасы) және адамның ықпалымен құрылып *жасанды* болуы мүмкін (Сурет 1.2).

Модельдеу жүйесі (modeling system) – зерттелетін жүйенің немесе оның элементтерінің математикалық және физикалық аналогтарын құру және талдау. Модельдік тәжірибе зерттеу тәсілі ретінде жүйені жаңғыртуға және зерттеуге мүмкіндік береді, ал зерттелетін жүйеге тікелей тәжірибе жүргізу қиын, немесе экономикалық тұрғыдан тиімсіз болуы мүмкін.

Табиғи объектілерді ешқандай модельдің толықтай бейнелей алмайтындығы белгілі. Табиғи объектілердің элементтерінің арасындағы байланыстардың көбінесе белгісіз болуы олардың күрделілігін айқындайды. Сондықтан табиғи объектілердің модельдері түпнұсқаға қарағанда қарапайым болады. Адамдар тарапынан құрылатын объектілерде мұндай жағдайлардың толық ескерілмеуі мүмкін.

Бірақ модельдеу барысында модельдеу мақсаты тұрғысынан қажетсіз детальдар еленбейді.



Сурет 1.2 - Модельдеудің жалпы схемасы

Барлық модельдердің көпбейнелілігі негізінен үш топқа бөлінеді:

- *материалдық (табиғи)* модельдеуін объектінің сыртқы түрін, құрылымын (кристал торлардың модельдері, глобус), жағдайын (самолеттің радио басқарылымды моделі) бейнелейтін кішірейтілген/ұлғайтылған көшірмелері;

- *бейнеленуші модельдер* (геометриялық нүктелер, математикалық маятник, идеал газ, шексіздік);

- *ақпараттық модельдер* – модельденуші объектінің ақпаратты кодтау тілдерінің бірінде жазылған сипаттамасы (сөздік сипаттау, схемалар, сызбалар, картиналар, суреттер, ғылыми формулалар, бағдарламалар).

Ақпараттық модель – модельденуші объектінің ақпаратты кодтау тілдерінің бірінде сипатталуы.

Нақты қызметтердегі объект модельдері төмендегі жағдайларда пайдаланылады:

- материалдық заттарды бейнелеу;
- белгілі фактілерді түсіндіру;
- болжамдар құру;
- зерттелінетін объект туралы жаңа білімдер алу;
- болжау;
- басқару және т.с.с.

Модель белгілері

Модельдер адам қызметінің таным, қатынас, практикалық қызмет сияқты сфераларында қолданады. Адамды (модельдеу субъектісін):

- модельдеу объектісінің сыртқы түрі;
- модельдеу объектісінің құрылымы;
- модельдеу объектісінің үлгісі қызықтыруы мүмкін.

Модельдің мақсаты мен шешуге тиісті мәселесі осы үш аспектінің бірін таңдауға ықпал етеді. Модельдің әрбір аспектісі қасиеттерінің жиынтығы арқылы айқындалады. Модельдерде объектінің барлық қасиеттері емес, тек қана модельдеу мақсаты тұрғысынан қажетті қасиеттері ғана бейнелейді. Модельдеудің әрбір аспектісі (түр, құрылым, үлгі) өзіндік қасиеттер құрамымен сипатталады.

Объектінің белгілері сыртқы түрінің сипаттамасы ретінде көрсетіледі. Тілде бұл белгілер қызыл, сары, дөңгелек, ұзын сияқты сын есімдермен өрнектеледі. Объектінің сыртқы түрі оны тану, ұзақ уақыт сақтау (фотография, портрет) үшін модельденеді.

Объект құрылымы деп оның элементтері мен олардың арасындағы байланыстар жиынтығы айтылады. Құрылымды сипаттауда объектінің құрамдас элементтері мен олардың қасиеттері көрсетіледі. Тілде бұл элементтер мен байланыстар: электрон, протон, күш, (атом сипатталуындағы) энергетикалық деңгей сияқты зат есімдермен өрнектеледі.

Объект құрылымын модельдеу:

- оның көрнекі бейнесі;
- объект қасиеттерін оқып үйрену;
- байланыстық белгілерді айқындау;
- объектінің тиянақтылығын оқып үйрену қажет.

Уақыт ағымына байланысты шығатын өзгерістер *объект күйі* деп аталады. Объект күйінің сипаттамасы оның сыртқы түрі мен құрылымының басқа объектілермен өзара әсерлерінің уақытқа байланысты нәтижесінің сипаттамасына келтіріледі. Тілде бұл сақтау, даму, айналу сияқты етістіктермен өрнектеледі.

Объект күйін модельдеу:

- болжауға;
- басқа объектілермен байланыс орнатуға;

- басқаруға;
- техникалық құрылғыларды құрастыруға қажет.

Объектілердің кейбір қасиеттерін сандық мән қабылдайтын шамалармен сипаттауға болады. Мысалы: масса, ұзындық өлшемдері бұл жағдайдағы қасиеттердің параметрлері деп аталады.

Модельдеу мақсаты

Кез-келген практикалық қолданбалы есептердің шешілуі барлық уақытта зерттеумен, кейбір объектілерді (материалдық/ақпараттық) түрлендірумен, басқарумен байланысты. Демек, модельдеу мақсатының табиғаты екі жақты: бір жағынан зерттеу есебіне байланысты объективтілігі, қызығушылыққа, қызметтік мотивке тәуелді түзетілетініне байланысты субъективтілігі (Сурет 1.3). Бір объект үшін бір субъектінің түрлі есептерді шешуіне және модельдеу мақсатына байланысты бірнеше модель құруы мүмкін (Сурет 1.4). Бір ғана модельдеу есебі үшін бір объекттің түрлі субъектілерінің түрлі модельдер құруы мүмкін. Модельдің түрі және оның құрылуы субъектінің біліміне, тәжірибесіне, жеке қызығушылықтарына байланысты (Сурет 1.5). Бір объектіннің негізінде түрлі модельдеу мақсатына байланысты түрлі есептерді шешетін субъектінің бірнеше модельдерін құру мүмкіндігі бар. Модель түрін таңдау, құру субъектінің біліміне, тәжірибесіне, жеке қызығушылығына тәуелді (Сурет 1.6).



Сурет 1.3 - Модельдеу мақсатының модель субъектісіне және шешілетін есепке тәуелділігін көрсету схемасы

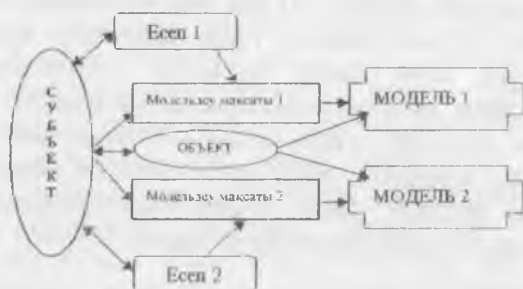
Модельдеу – қазіргі заманғы ғылыми танымның басқарушы принципі. Адам таным затын оның барлық процестерінде толық көре алмайды. Сондықтан ол объектінің өзінің алдында тұрған мәселені шешуге қажетті жағын тануға ұмтылады.

Модельдеу субъект алдында тұрған модельдеу мәселесін шешкенде ғана өз мақсатына жетеді. Модельдеу ғылымы келесі принциптерге сүйенеді:

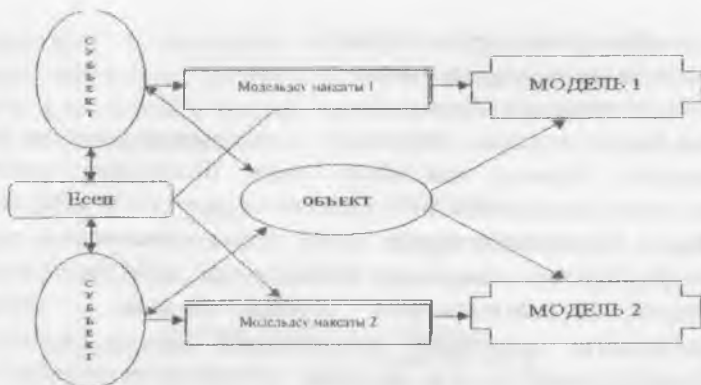
- *редукционизм принципі* – күрделіні қарапайымдандыру мүмкіндігі;

- *эволюция принципі* - барлық формалар біртіндеп төменгі формалардан дамиды. Төменгі формалар күйін талдау арқылы жоғары формалар күйін болжауға болады;

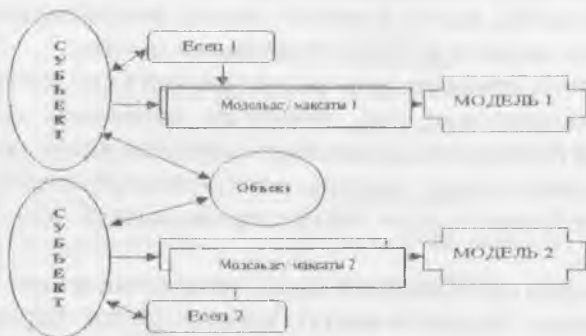
- *рационалдық принципі* – әлемнің нақты объектілерін логиканың, математиканың көмегімен тануға болады.



Сурет 1.4 - Бір объектіге бір субъектінің бірнеше модель құру мүмкіндігін көрсететін схема.



Сурет 1.5-Бір объект үшін бірнеше субъектінің бірнеше модель құру мүмкіндігін көрсететін схема.



Сурет 1.6 - Бірнеше субъектілердің бір объектіге түрлі модельдер құру мүмкіндігін көрсететін схема

Модель құруды неден бастау қажет?

Біріншіден модельдеу мақсаты тұрғысынан объектіні талдау қажет. Бұл сатыда объектінің модельдеу субъектісіне таныс барлық қасиеттері қарастырылады. Объектінің көптеген қасиеттері мен белгілерінің арасынан модельдеуде бейнеленуге тиісті қасиеттердің нақты болуы мүмкін. Модельдеу мақсаты анықталған соң – модельдеу мақсаты тұрғысынан модельдеуші объектінің нақты белгілерін айқындау қажет. Бұл белгілердің:

- объектінің сыртқы түріне;
- объектінің құрылымына;
- объектінің күйіне

қатысы болуы мүмкін. Модельдеу мақсатының түрліше болуына байланысты барлық жағдайлар үшін белгілерді, қасиеттерді, қатынастарды ерекшелейтін бірдей белгіленген тәсіл қазір жоқ.

Нақты белгілердің дұрыс және толық ерекшеленуі құрылған модельдің берілген мақсатына сәйкестенеді, яғни оның модельдеу мақсатына адекваттылығына тәуелді болады. Модельдің адекваттылығы модельдеу объектісінде нақты ерекшеленген белгілердің қандай да бір формада бейнеленуіне тәуелді болады. Адекваттылық – модельдеудің негізгі түсініктерінің бірі.

Модельдеу объектісінің ерекшеленген белгілерін ұсыну формаларын таңдау – модельдеу практикасының келесі сатысы болып табылады. Модельдерді ұсынуда формалаудың: сөздік сипаттама, сызба, кесте, формула, схема, алгоритм, компьютерлік бағдарлама сияқты түрлерінің қолданылуы мүмкін.

Объектінің ерекшеленген қасиеттері мен белгілерінің бейнелеу формасы таңдалынған соң, таңдалған формадағы ерекшеленген қасиеттерге байланысты формалдау жұмысына кірісу қажет.

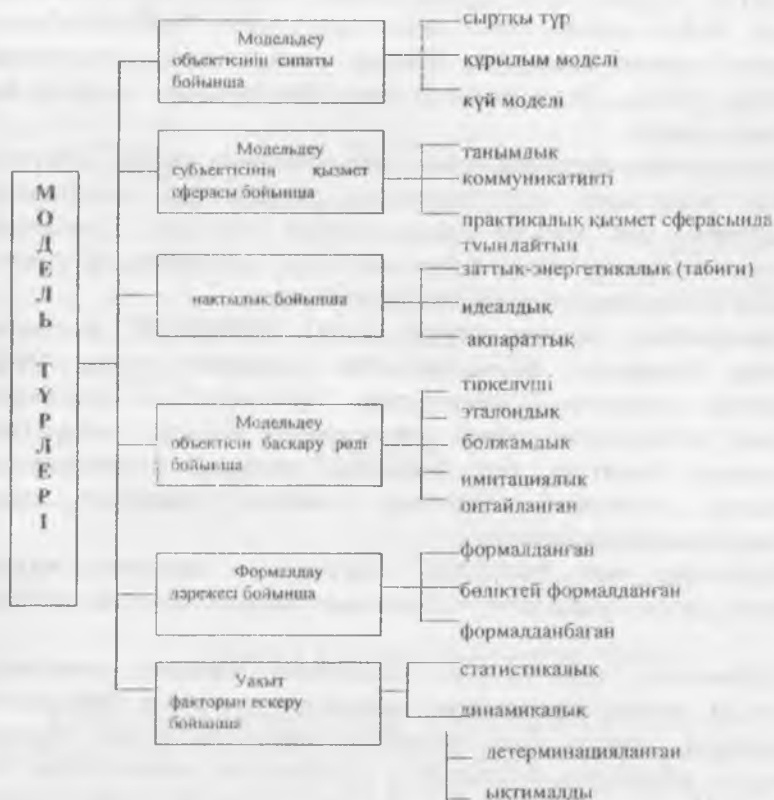
Формалдау процесі, мысалы математикалық модель бұйымның жиналу сызбасын құруда өзіндік ерекшеліктері мен сатыларына иелік етеді.

Формалдау сатысының нәтижесі ақпараттық модель болады.

Модельдеу процесін аяқтау туралы айтпас бұрын құрылған модельдің модельдеу мақсатына және объектіге адекваттылығын тексеру қажет. Құрылған модельде мақсатқа сәйкес қайшылықтар кездесе сызбаны түзету, бағдарламаға өзгерістер енгізу, қолданылатын формулаларды нақтылау әрекеттерін орындап, модельдің дәлдігін қайта тексеру қажет.

Алынған модельдің модельдеу объектісінің бейнелену баламалылығына талдау жасап, модельдеу мақсатына жету – модельдеудің соңғы сатысы. Қазіргі кезде әрбір жағдайда объектінің қандай белгілі қасиеттерінің нақты қасиет ретінде қарастырылатыны туралы әмбебап анықтамалық ереже жоқ. Модельдеу шарты мүмкіндік берсе түрлі қасиеттерінің құрамымен бірнеше модельдер құрып, олардың объектіні модельдеу мақсатына адекваттылығын бағалау қажет.

Формалдау – модельдеу объектісінің нақты қасиеттері мен белгілерін таңдалған формаға келтіру. Ақпараттық модельдерді бейнелеу формасының сөздік сипаттама, кесте, сурет, алгоритм, сызба түрінде болуы мүмкін.



Сурет 1.7- Модельдер классификациясы

Модель түрлері

Соңғы кездердегі ғылым мен ақпараттық технологиялардың қарыштай дамуы барлық дерлік ғылыми-зерттеу жұмыстарында зерттелетін объектіні модельдеу жұмыстарын өз деңгейінде жүргізуді талап етуде. Модельдер барлық жерде дерлік кездеседі. Олардың саны орасан зор. Олардың кейбірі ескіреді, ұмытылады, жоғалады (Сурет 1.7).

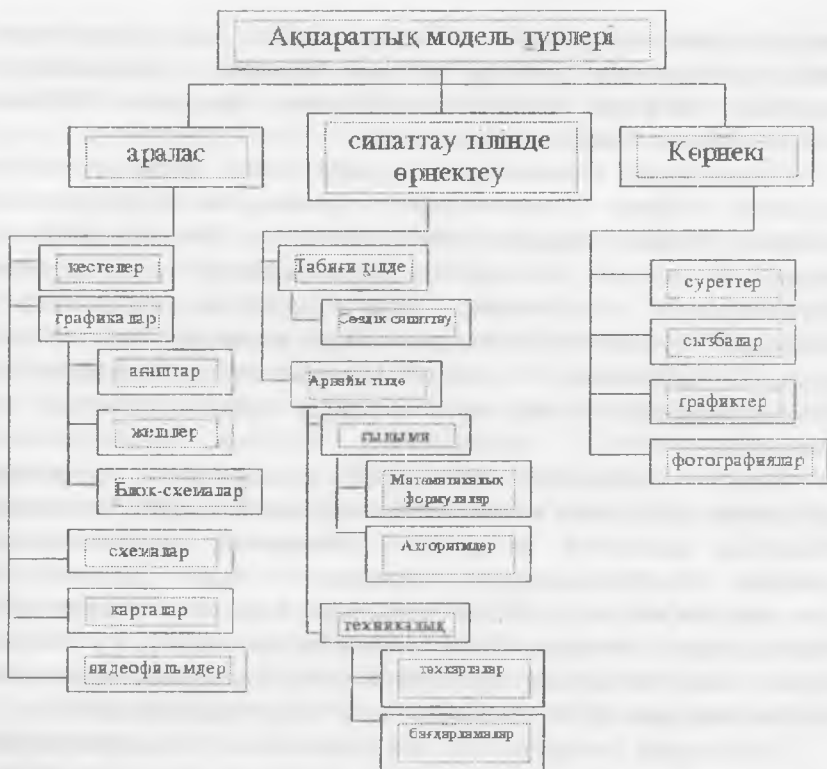
Ақпараттарды модельдеу түрлерін таңдауда және құруда (Сурет 1.8) зерттеушінің маман ретіндегі танымы мен біліктілік деңгейі, эстетикалық талғамы көрінеді. Дұрыс таңдалған және өз дәрежесінде тиімді құрылған модель түрлері зерттеу жұмыстарын жеңілдетіп, объект туралы толығырақ мәлімет алуға септігін тигізеді. Әрбір модель үшін оның кеңістіктегі “субъект-объект-нақтылық” орнын анықтауға болады. Таным қарым-қатынастың ажырамас бөлігі, ал қарым-қатынас практикалық іс-әрекетпен қабаттаса жүреді.

Информатика курсында компьютер көмегімен құруға, зерттеуге болатын модельдер қарастырылады. Ақпараттық модельдерді компьютерлік деп ерекше класқа бөлуге бола ма? Компьютер көмегімен мәтіндер, графикалар, кестелер, диаграммалар сияқты көптеген объектілерді құруға, зерттеуге болады.

Ақпараттық модель әрқайсысын бейнелеуге таңдалған бейнелеу тілдерінің формалдылығын сипаттай алады. Әрбір ақпараттық модельді кеңістіктегі “субъект-объект-формалдау дәрежесі” нүктелеріне сәйкес қойып көруге болады. Ақпараттық модельдерді сипаттау тілі бойынша мысалы, математикалық модельдер, кестелік модельдер сияқты максатты түрде классификациялауға болады.

Модельдеу тілі (simulation language) – зерттеліп жатқан объектіні үлгілеу үшін қажетті бастапқы ақпарат берілетін жобалау тілі.

Субъектінің практикалық қызметінің сферасы модельдеу объектісін басқару процесіндегі модельдің қатысына байланысты нақтылануы мүмкін. Бұл жағдайда модельдің келесі түрлері: тіркелуші, эталондық, болжамдық, оңтайланған, имитациялық деп бөлінеді. Модельдеу құбылысының қосымша мүмкіндіктерін ашуға мүмкіндік беретін модельдер кластарының басқалай да бөліну түрлерін таңдауға болады. Бірақ бұл объектілерді басқа да орталардың көмегімен құруға, зерттеуге болады. Демек, компьютер көмегімен жасалатын жұмыстардың барлығын компьютерсіз де жасауға болады. Мұндағы негізгі мәселе жұмсалатын ресурстарға, уақытқа, пайдаланылатын технологияларға байланысты.



Сурет 1.8-Ақпараттық модель түрлері

Компьютерлік модельдердің ақпараттық модельдерден сапалық айырмасы жоқ. Компьютерлік модельдеуді өзіндік ерекшеліктеріне орай ақпараттық модельдеудің ерекше түрі деп айтуға болады.

Компьютерлік модель (computer model) – 1) таңдалынған программалық ортаға бейімделінген ақпараттық модельді ұсыну формасы; 2) программалық ортаның құралдарымен жасалынған модель. Компьютерлік модельдерге байланысты бастапқы жұмыстар гидравлика, жылу алмасу, қатты дененің механикасы т.с.с. есептер тобын шешуде жүргізілді.

Модельдеу ЭЕМ мүмкіндіктері, жұмыс істеу принциптері мен математикалық модельдердің адаптациясы болатын күрделі теңдеулер жүйесінің сандық шешімін бейнелейді. Физикадағы

компьютерлік модельдердің табыстары химия, электроэнергетика, биология есептерін шешуде де кең таралды. Компьютерлік модельдеу негізінде шешілетін есептердің күрделілігі ЭЕМ-нің мүмкіндіктеріне байланысты шектеледі.

Модельдеудің компьютерлік түрлері қазіргі кезде де кеңінен қолданыс табууда. Компьютерлік модельдеудің мүмкіндіктерін кеңейтіп, қолдану тәсілдерін жеңілдететін ішкі бағдарламалар мен сандық математика тәсілдерінің формаларымен толықтырылған функциялардың кітапханалары бар. Сондай-ақ, “компьютерлік модельдеу” түсінігі ХХ ғасырдың 50-ші жылдары биологиядағы күрделі жүйелерді автоматтандырылған экономикалық-ұйымдастырылған басқару жүйесін құруда жүйелік талдаумен жиі қолданған.

Күрделі жүйелерді талдаудағы компьютерлік модельдеу зерттелетін объектінің математикалық-логикалық күйін модельдеу, объектінің қызметтік алгоритміне айналатын, компьютерлерге арналған бағдарламаларды комплексті түрде дайындайтын имитациялық модельдеу болып табылады. Кез-келген объект күйін имитациялауға болады, бірақ имитациялық модельдеу бәрінен бұрын таңдалған басқару стратегиясына тәуелді күрделі жүйелердің алдағы уақыттағы күйін болжаудың зерттелуін қарастырады.

Графикалық интерфейстер мен қолданбалы бағдарламалардың графикалық пакеттерінің дамуының негізінде объектінің сыртқы түрі мен құрылымын компьютерлік модельдеу кең таралды.

Қазіргі кезде *компьютерлік модель* ретінде:

- өзара байланысты компьютерлік суреттердің, кестелердің, схемалардың, диаграммалардың, графиканың, анимациялық фрагменттердің, гипертекстердің көмегімен сипатталған объектінің шартты бейнесі айтылады. Бұл түрдегі компьютерлік модельдер *құрылымдық-функционалдық* деп аталады;

- түрлі факторлардағы объектіге әсер ету шарттарының функциялану процесін имитациялауды реттелген есептеулер мен графикалық бейнелеулер нәтижесін шығаруға мүмкіндік беретін жеке бағдарламалар комплекстері аталады.

Мұндай модельдер *имитациялық* компьютерлік модельдер деп аталады.

Имитациялық компьютерлік модельдеу модель бойынша модельдеуші жүйенің сандық және сапалық функциялану нәтижесін

алуға негізделген. Модельдерді талдау нәтижесінде алынған сапалық қорытындылар күрделі жүйенің: құрамы, даму динамикасы, орнықтылығы, бүгіндігі сияқты бұрын белгісіз болып келген қасиеттерін ашуға мүмкіндік береді. Сандық қорытындылар негізінен жүйені сипаттайтын болашақ және бұрыннан белгілі параметрлердің мәндерін түсіндіруде болжамдық сипатты иеленеді.

Компьютерлік модельдеудің пәні ақпараттық есептеу желісі, технологиялық процесс болуы мүмкін.

Компьютерлік модельдеудің мақсаты – экономикалық, әлеуметтік, ұйымдастырушылық/техникалық сипатта шешім дайындап, қабылдауға пайдаланылуы мүмкін мәліметтер алу.

Компьютерлік математикалық модельдеу информатика пәнімен технологиялық жағынан байланысады. Компьютерлер мен ақпаратты өндеудің сәйкес технологияларын пайдалану экологтардың, экономистердің, физиктердің және т.б. қызметтерінің ажырамас бөлігі.

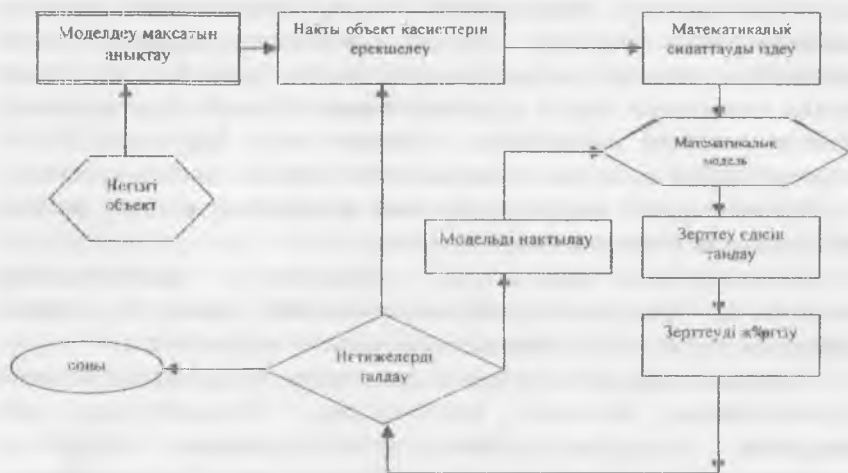
Төменде келтірілген анықтамалар модельдер мен олардың айырмашылық ерекшеліктерін нақтылай түсінуге көмектеседі.

Табиғи (физикалық, заттық-энергетикалық) модельдеу – модель мен модельдеуші объект өзара нақты объектілерді немесе бірдей/түрлі физикалық процестерінің табиғатын бейнелейтін модельдеу.

Программалық модельдеу (Program document modification) – 1) құрылғының немесе жүйенің іс-әрекетін программаның көмегімен модельдеу; 2) программалық жасақтаманың жұмысын модельдеу.

Ақпараттық модель – бұл объектінің қандай да бір тілдегі сипаттамасы. Модельдің абстракциялық компоненттері физикалық дене емес сигналдар мен белгілер болады. Түрлі белгілер жүйелерінде ақпараттық процестерді сипаттайтын белгілік модельдер класы.

Дескриптивтік (ағ. descriptive – сипаттамалық) модель – объектінің қандай да бір тілде сөздік сипатталуы.



Сурет 1.9-Математикалық модельдеу процесінің жалпы схемасы

Математикалық модель :

- объект және объекті элементтерінің қасиеттеріне, параметрлеріне, сыртқы әсерлердің күйін сипаттаумен анықталатын математикалық қатыстар (формулалар, теңсіздіктер, теңдеулер, логикалық қатыстар) тілінде жазылған жиынтық;

- математикалық символдар көмегімен өрнектелген объектінің жуық сипаттамасы (Сурет 1.9).

Математикалық модель (mathematical simulation)– объектінің қызметі мен құрылымын сипаттайтын математикалық тәуелділіктер жүйесі, яғни математикалық формулалар мен теңдеулер арқылы өрнектелетін объектілердің математикалық сипаттамалары.

Математикалық модельдеу (mathematical modeling) – процестер мен құбылыстарды олардың математикалық модельдерінде зерттеу әдісі. Тәжірибе жасауға мүмкіндік болмаған, қиын немесе қолайсыз жағдайларда ғана пайдаланылады. Жеке жағдайда аналитикалық модельдеу болып табылады.

Математикалық модельдер химия, биология, экология, гуманитарлық және әлеуметтік ғылым салалары үшін дәстүрлі модель түрі болып табылады.

Статистикалық модельдер уақыт мезетіне тәуелсіз жасалатын өзгерістерге орай объектілердегі тыныштық пен тепе-теңдік күйін бейнелейді. Бұл модельдерде уақыт параметрі болмайды.

Семантикалық модель (semantic model) – семантикалық жадта ұғымдарды граф түрінде ұсыну. Оның төбелерінде ұғымдар, терминалдық төбелерінде элементарлық ұғымдар орналасқан, ал доғалар ұғымдардың арасындағы қатынастарды көрсетеді.

Семантикалық модельдеу (semantic simulation) – іске асыруда тәуелсіздігін сақтауда мәліметтердің мазмұнын (жеке-жеке формальдық тәсілмен) барынша толық жеткізу әдістерін әзірлеу мен қолдану.

Динамикалық модель – уақытқа байланысты объект күйін сипаттайды, яғни модельдер уақытқа байланысты объектіде өтетін процестерді бейнелейді. Дербес жағдайда функциялану және даму модельдерін айтуға болады.

Детерминациялық модельдер – кездейсоқ әсерлер болмайтын процестерді бейнелейді.

Ықтималды модельдер – объектінің күйінің кездейсоқ ішкі/сыртқы әсерлермен анықталатын сипаттамасы. Ықтимал өзгеру сипатын уақытқа байланысты алдын-ала болжауы мүмкін емес процестер мен оқиғалардың сипаты.

Имитациялық алгоритмдік модельдеу – объектінің кездейсоқ факторлардың әсерін ескеретін, уақыт бойынша формалану процесі мен құрылымын бейнелейтін алгоритм формасындағы сипаттамалық мазмұны.

Гносеологиялық модельдер – табиғаттың объективті заңдарын оқып үйренуге бағытталған (Күн жүйесі моделі, биосфераның дамуы т.с.с.)

Концептуалдық модель зерттелетін объектіге және анықталған зерттеу шеңберіне қатысты себеп-салдарлық байланыстар мен заңдылықтарды айқындауды сипаттайды.

Сенсуалдық модельдер (лат. *sensualis* – сезімге, түйсікке негізделген) – адам сезіміне ықпал ететін сезімдік, эмоциялық (музыка, поэзия) модельдер.

Аналогтық модельдер – өзі нақты объект ретінде іс атқаратын, бірақ дәл сондай бейнеде көрінбейтін объект аналогы.

Модель қасиеттері

Модель құру нәтижесінде анықталған қатынастарда негізгі объектімен сәйкес келетін жаңа объект құрылады. Жаңа объектінің модельдеу объектісі болу мүмкіндігі бар. Демек, әрбір объекті түрлі модельдерге ие. Нәтижесінде кейбірі басқа объектілердің модельдері болатын объектілердің шексіз жиыны алынады. Осы жиын мен оның элементтері арасындағы қасиеттерді қарастырамыз.

Теория жүзінде объектілер мен модельдер жиынында:

- объект пен басқа объект арасында;
 - объект пен оның моделі арасында;
 - объект пен басқа объект моделінің арасында;
 - модель мен модельденуші объект арасында;
 - модель мен басқа объект арасында;
 - модель мен объектінің басқа моделінің арасында
 - модель мен басқа объектінің моделінің арасында
- қатынастар болуы мүмкін.

Объект пен оның модельдері арасындағы қатынастары қасиеттер арқылы сипатталады. Модельдің ең басты қасиеті модельдеу мақсатына байланысты кейбір қатынастардың модельдеу объектісіне ұқсастығы болып табылады.

Математикада ұқсастық қатынасы симметриялық, рефлексивтік, транзитивтік қасиеттермен өрнектеледі.

Симметриялылық. Негізгі объектіні өз моделінің сәйкесті моделі ретінде қарастыруға болады.

Транзитивтік. Объект моделіне құрылған модель, негізгі объектінің моделі болады.

Рефлексивтік. Объект өзінің дәл моделі бола алады.

Кез-келген зерттеу объектісін кейбір қасиеттерде бір бүтінді бейнелейтін өзара байланысты элементтер тобынан құралған жүйе ретінде қарастыруға болады.

Бір жүйенің әрбір элементіне басқа жүйенің әрбір элементі сәйкестенетін (және керісінше) өзара бірімәнді сәйкестігі бар екі жүйе *изоморфты* деп аталады.

Бір жүйенің әрбір элементіне басқа жүйенің элементі сәйкестенетін (керісінше емес) өзара бірімәнді сәйкестігі бар екі жүйе *гомоморфты* деп аталады.

Модельдеуге қатысты келесі жүйелердің изоморфтылығы мен гомоморфтылығы туралы айтуға болады:

- модельдер мен модельденуші объект;
- бір объектінің түрлі модельдері.

Құрастырылымды объектілер ретінде әлеуметтік және табиғи объектілерден басқа адамның құруындағы объектілер аталады.

Изоморфты (гомоморфты) модельдер тек құрастырылымды объектілерден тұрады. Кейбір модельдердің объектіге изоморфты модель болатындығы туралы тұжырымдар объектіні үйренуден ақпаратты жоғалтпай модельді оқып үйренуге өтуге, модель бойынша объектіні бірмәнді қалпына келтіруге мүмкіндік береді.

Бір объектінің бір-біріне изоморфты екі түрлі моделі объект туралы бірдей ақпарат береді.

Модельдердің сандық және сапалық бағалары

Модель – ғылыми танымның маңызды құралы. Құрал ретінде модель белгіленуі бойынша қолданылуы тиіс. Кез-келген құралдың шектелген қолданылу аясы бар. Модельдердің сандық, сапалық сипаттамалары:

- модельін оқып үйрену негізінде жасалған модельдеу объектісінің күйі бағасын дәл болжауға;
- модельдеу мақсатына сәйкес берілген модельдің қолданылу шегін анықтауға қажет.

Құрылған модельдерді:

- модельдің сыртқы түрін түпнұсқаға сай көрнекі құру;
- модельденуші объекті құрылымын толықтай бейнелеу ;
- модельденуші объект күйі туралы көбірек болжамдар жасауға

мүмкіндік алу арқылы жетілдіруге болады.

Бұл жетілдірулер модельдеу мақсаты тұрғысынан өзін-өзі ақтауы тиіс.

Құрылым – элементтер жиыны мен олардың арасындағы байланыс. Модельденуші объект құрылымын толықтай бейнелеуді жетілдіру қарастырылатын элементтер санын ұлғайту, олардың арасындағы қатынастар мен қатынастардың параметрлерін нақтылаумен сәйкестенеді.

Ақпараттық модельдердің негізгі сандық бағаларының бірі оның *күрделілігі*.

Құрылымның күрделілігін оның ең кіші сипаттамасының ұзындығы ретінде түсіну керек (А.Н.Колмогоров бойыншы күрделілік).

Алгоритмнің күрделілігі оны орындауға жұмсалатын уақыт пен қажетті ресурстар (ЭЕМ, оның жады көлемі, қажетті аппараттық/бағдарламалық жабдықтар) арқылы анықталады.

Құрастырылымды емес объектінің негізгі күрделілік бағасы оның шексіз көп элементтерінің болуымен байланысты. Элементтердің мұндай жиыны дискретті әрі үзіліссіз ұйымдастырылуы мүмкін. Құрастырылымды емес объектілер негізінен сапалық жағынан бағаланады.

Егер объект күйі белгілі заңдылықтарға бағынып, бастапқы шарттармен бірмәнді анықталса, сәйкес детерминациялық модельдер белгілі физикалық, математикалық, экономикалық заңдар негізінде оның болжамдылығы тұрғысынан сандық бағалануы мүмкін.

Детерминациялық модельдер ортасынан күйі модельденуші объект күйі сияқты бастапқы шарттардың өзгеруіне сәйкес *орнықты модельдер* бөлінеді.

Модельденуші объектіге түрлі кездейсоқ әсерлердің ықпалын ескеріп, объект күйінің *ықтимал (стохастикалық, индетерминациялық)* моделін құру қажет. Ықтимал модельдің сандық бағасын ықтималдық теориясы мен математикалық статистика негізінде алуға болады.

Индетерминациялық модельдер орта мән (математикалық күтім), орта мәннің орташа ауытқуы (дисперсия) сияқты көрсеткіштермен сипатталады.

Модельдерді келесі параметрлер бойынша сандық бағалауға болады:

объектінің сыртқы түрін модельдеуде:

- физика-химиялық сипаттамалардан (өлшемі, салмағы, түсі т.с.с.) берілетін дәлдік (өлшеу қателігі);

- пропорцияны, масштабты сақтау;

объект құрылымын модельдеуде

нақты көрсеткіштер:

- бейнеленетін элементтер мен олардың өзара байланыстарының үлесі (пайыз);

- элементтер салмағы мен олардың арасындағы байланысты бейнелеу дәлдігі (дөңгелектеу қателігі);

- объект құрылымын деталдау (ірілендіру);

ықтимал көрсеткіштер:

- элементтер санының орташа мәні мен бұл мәннен орташа ауытқуы (дисперсия);

- орта бағалардың дәлдігі (сенімділік аралығы);

объект күйін модельдеуде

нақты көрсеткіштер:

- объект қатысатын себеп-салдарлық байланыстарды ескеру дәлдігі (есептеу қателігі);

- дискретті модельдер (дербес жағдайда сандық) көмегімен үзіліссіз процестерді модельдеуде дискреттеу қадамдары (кванттық уақыт периоды);

- модельдеу процесінің уақыт параметрі бойынша бейнеленуінің пропорционалдылығы (тең өлшемділігі);

ықтимал көрсеткіштер:

- модельденуші объект күйі параметрлері таратылымының ықтимал заңдары;

- объектінің бақыланатын күйі мен оның моделі арасындағы айырымның статистикалық мәнділік деңгейі.

Модельдерді келесі параметрлер бойынша сапалық бағалауға болады:

- модель мен объектінің ұқсастық алмасу дәрежесі (жоғары, орта, ұқсастықтың төменгі дәрежесі);

- модель бойынша объектіні тану дәрежесі (танылды, тануға болады, танылмайды);

Компьютерлік модельдеудің принциптері:

Компьютерлік модельдеу физикалық жүйелерді оқытудың тиімді әдістерінің бірі болып табылады. Компьютерлік модельді зерттеу оңай және тиімді, модель есептік тәжірибелер жүргізуге, күрделі нәтижелерді оңай алуға мүмкіндік береді. Компьютерлік модельдердің логикалылығы және формальдығы зерттелетін объектілердің қасиетін анықтайтын негізгі факторларды, физикалық жүйелердің бастапқы шарттары мен параметрлерін өзгертуді зерттеуге мүмкіндік береді. Компьютерлік модельдеу нақты табиғи құбылыстың абстрактылығын, яғни алдымен

сапалық, кейіннен сандық модельдерін талап етеді. Мұның салдарынан компьютерде есептік тәжірибелер жүргізіледі, зерттелетін объектінің модельдеу нәтижесі алынады т.с.с. Компьютерлік модельдеудің негізгі этаптарына мыналар жатады:

1. Есептің қойылымы;
2. Модельдеу объектісін анықтау;
3. Концептуальды модель дайындау;
4. Жүйенің негізгі элементтерін және өзара қарым – қатынасын қарапайым актілерін көрсету;
5. Формалдау, яғни математикалық модельге өту;
6. Алгоритмін және бағдарламасын құру;
7. Компьютерлік тәжірибелерді жоспарлау және жүргізу;
8. Нәтижелерді талдау.

Аналитикалық және имитациялық модельдеу:

Қандай да бір объектіге алгебралық, дифференциалдық және басқа да теңдеулерді, сондай-ақ дәл шешімді көрсететін бір мәнді есептеу процедураларын жүзеге асыратын модель аналитикалық деп аталады. Үлкен көлемді қарапайым амалдарды орындауға арналған зерттелетін жүйелердің функционалды алгоритмін көрсететін математикалық модель имитациялық деп аталады.

Компьютерлік модельдеудің негізгі принциптері:

1. Ақпараттық жеткіліктілік принципі. Объекті туралы толық ақпарат болмаған жағдайда модель құру мүмкін емес. Жүйенің моделін құруда ақпараттың толықтылығы бар.

2. Жүзеге асыру принципі. Құрылатын модель қойылған мақсатқа жетуді қамтамасыз ету қажет.

3. Модельдің көпшілік принципі. Кез келген нақты модель шынайы жүйенің кейбір жақтарын ғана көрсетеді. Толық зерттеу үшін зерттелетін процестің модельдер қатарын құру қажет; әрбір соңғы модель алдыңғы модельді нақтылап отыру қажет.

4. Жүйелік принципі. Зерттелетін жүйе стандартты математикалық әдістермен модельденетін ішкі жүйелердің бір-бірімен байланысының жиынтығы ретінде көрсетіледі. Бұл жағдайда жүйенің қасиеттері оның элементтерінің қасиеттері болып табылмайды.

5. Параметрлеу принципі. Модельденетін жүйенің кейбір ішкі жүйелері вектор, матрица, графика, формула сияқты параметрлермен сипатталады.

2 МATHCAD КОМПЬЮТЕРЛІК МАТЕМАТИКА ЖҮЙЕСІНІҢ ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ

2.1 Mathcad ортасының мүмкіншіліктері

Маркус Херхагер және Хайнц Патроль 1998 жылы Mathcad ортасын ойлап тапты [2-4].

Mathcad – бұл ғылым мен техниканың, білім берудің әртүрлі облыстарда күрделі математикалық есептерді шешуді автоматизациялауға бағытталған компьютерлік математикалық белгілі жүйе. Жүйенің атауы екі сөзден **Mathematica**(математика)+**cad**(Computer Aided Design) – автоматты жоспарлау жүйесі деп аталады.

Mathcad-н көмегімен статья, кітап, диссертация, ғылыми есептеу, дипломдық және курстық жобаларды істеуге болады. құжаттарды жазуға болады. Сондай-ақ, ең күрделі математикалық формулалар жиынымен, есептеу нәтижесін графикалық қойылымдармен дайындауға болады.

Mathcad – бұл техника бағытында жұмыс істейтін жұмысшыларға және студенттерге, оқытушыларға және оқушыларға қолдануға болатын толық мүмкіншілігі бар математикалық инструмент.

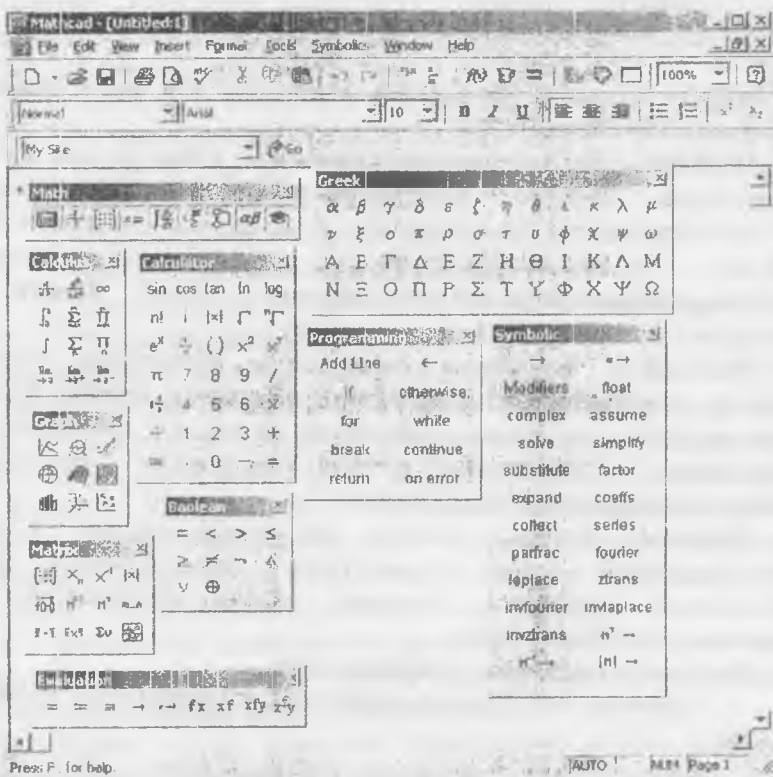
Mathcad ортасының мүмкіндіктері:

- Қалталы калькулятор ретінде жай есептеулерді есептеуге болады;
- Компьютерлік программаларды одан да күрделі есептеулерге алмастыра алады;
- Анықтама таблицаларын алмастыра алады;
- Есептеулерді оңайлатуға арналған графиктер тұрғыза алады;
- Сыртқы компьютерлік әлеммен әртүрлі жолмен байланысқа түсе алады, бұл мүмкіндіктер интернет арқылы жүзеге асырылады.

Mathcad –ты іске қосу жолы:

Пуск->Программа->Mathsofts Apps->Mathcad. Mathcad терезесі құжат ағы, меню қатары, құрал – саймандар панелі, форматтау панелі, жұмыс парағынан тұрады. Жұмыс парағында көптеген

сандарды, символдарды, функцияларды және графиктерді енгізе отырып, біз өзімізге қажетті дәрежеде есептерді шығара аламыз.



Меню(мәзір) қатарының мәзірлеріне тоқталып өтейік:

1) **File-** файл мәзірі келесі командалардан тұрады:

New(Ctrl+N) – Mathcad ортасында жаңа құжат құру командасы.

Open(Ctrl+O) – ашу командасы.

Close – жабу командасы.

Save As - құжатты сақтау.

Page Setup - бет параметрі.

PreView – құжатты алдын – ала көру командасы.

Print - құжатты баспаға шығару.

Exit (Alt+F4) – шығу.

Internet Setup – интернетпен модельдік байланыс құру.

Send – электронды поштаға жіберу.

2) **Edit**– Правка мәзірін құжаттағы белгілі бір аймақты белгілеп алып, келесі әрекеттерді орындауға болады:

Undo – құжатты қайта қалпына келтіру командасы.

Copy – құжатты көшіру командасы.

Paste – қиылып алынған немесе көшіріліп алынған құжатты қою командасы.

Paste Special - арнайы қою.

Object – объект.

Select All – бәрін белгілеу.

Find – іздеу.

Links – байланыс.

Delete – құжатты жою командасы.

Chek Spelling – орфография бойынша қатені табу командасы.

COTO Page – келесі бетке өту.

3) **Insert** – бізге қажетті объектілерді орнату амалдарын қарастырады:

Graph – ішкі мәзірден таңдау арқылы график шаблонын орналастыру командасы.

Matrix(Ctrl+M) – матрицалар мен векторлар шаблонын орналастыру.

Function(Ctrl+F) – қосымша функциялардың шаблонын орналастыру.

Picture(Ctrl+I) – импортталған сурет шаблонын орналастыру.

Text Region – мәтіндік облысты орналастыру.

Page Prear – бетті бөлу сызығын орналастыру командасы.

Component – компоненттерді орналастыру.

Object – объекті орналастыру командасы.

4) **Format** – объектілердің форматын өзгерту мәзірі және келесі амалдар қарастырылады:

Number – сандардың форматын орналастыру.

Equation – өрнектің форматын орналастыру.

Text – мәтін форматын орналастырады.

Paragraph – параграф форматын орналастырады.

Properties – объектінің қасиетін орналастыру.

Graph - графиктер форматын орналастырады.

Color – объектінің түстерін орнатады.

5) **Math** – есептеу процесін басқару және келесі амалдар қарастырылады:

Calculate(F9) – қарапайым есептеулерге арналған есептеуіш.

Optimize – есептеу оптимизациясын қосу.

Options – есептеу процесінің бөлігін беру.

6) **Symbolic** – таңбалық процессордың амалын таңдау және келесі амалдар қарастырылады:

Evaluate Symbolically(Shift+F9) – өрнектің таңбалы есептеуін орындау.

Complex – комплекті есептерді орындау командасы.

Expand – өрнекті ашу.

Factor – сандарды немесе өрнекті көпмүшеге жіктеу.

Polynomial Coefficients – берілген айнымалылар арқылы номинал коэффициенттерін табу.

Solve – белгіленген айнымалыны қолданып функция мәнін табу.

Differentiate – белгіленген айнымалылары бар барлық мәндерді дифференциалдау.

Integrate – белгіленген айнымалылары бар өрнектерді интегралдау.

Substitute – көрсетілген айнымалыны буфер ішіндегі мәнмен алмастырады.

Matrix – бөлінген матрицалармен операциялар істейтін мәзірдің ішкі мәзірлерін алу.

Transpose – транспонирленген матрицаларды алу.

Insert – кері матрицаны құру командасы.

Determinant – матрицаның детерминантын(анықтауыш) табу.

MathCAD алфавиті:

Кез келген тіл сияқты Mathcad-тың өз алфавиті бар. Олар:

- үлкен және кіші латын алфавиттері;
- үлкен және кіші грек алфавиттері;
- 0-ден 9-ға дейінгі араб сандары;
- арнайы таңбалар-операциялар;
- үлкен және кіші кириллица әріптері;

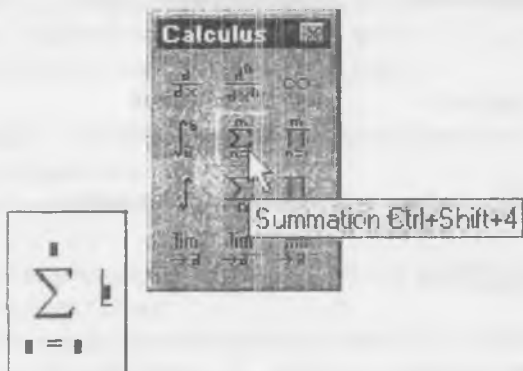
- ішкі функция атаулары.

Есептеу операторлары:

Оператор	Пернетақта	Айтылуы
$\int_1^a \cdot dx$	<Shift>+<7>	Анықталған интеграл
$\int \cdot dx$	<Ctrl>+<!>	Анықталмаған интеграл
$\frac{d}{dx}$	<?>	Дифференциалдау
$\frac{d^n}{dx^n}$	<Ctrl>+<?>	Туынды
$\sum_{i=1}^n$	<Ctrl>+<Shift>+<4>	Қосынды
\sum_i	<Ctrl>+<4>	Шекті қосынды
$\prod_{i=1}^n$	<Ctrl>+<Shift>+<3>	Көбейтінді
\prod_i	<Ctrl>+<3>	Шекті көбейтінді
$\lim_{x \rightarrow a}$	<Ctrl>+<L>	Шек
$\lim_{x \rightarrow a^-}$	<Ctrl>+<A>	Сол жақ шек
$\lim_{x \rightarrow a^+}$	<Ctrl>+	Оң жақ шек

Mathcad бағдарламасының көмегімен аналитикалық есептеу негіздерін, туынды, интеграл және де алгебралық теңдеулерді шешу мүмкін қарастырады. Осы операцияларды орындау **Symbolics**

(Символика) менюінде болады. Ол **Variable** (Переменная) менюінде орналасқан. Есептеу операторы құрал саймандар тақтасындағы **Calculus** (Вычисления) командасымен орындалады. Кез келген пернені басқанда математикалық нәтиже шығатын символдар тізбегі шығады.



Сурет 2.1- Қосынды операторының жазылуы.

Негізгі есептеу операторларын және оларға қарапайым мысалдар келтірейік:

- туынды (листинг 1);
- интеграл (листинг 2);
- қосынды және көбейтінді (листинг 3);
- шекті қосынды және көбейтінді (листинг 4);
- шек (листинг 5);

Листинг 1. Туындыны есептеу операторы

$$\frac{d}{dx} \sin(x) \rightarrow \cos(x)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \sin(x) \rightarrow -\sin(x)$$

Листинг 2. Интегралдық оператор

$$\int_a^{\infty} \frac{1}{x^3} dx \rightarrow \frac{1}{2 \cdot a^2}$$

$$\int \ln(x) dx \rightarrow x \cdot \ln(x) - x$$

Листинг 3. Қосындыны және көбейтіндіні есептеу операторы

$$\sum_{i=1}^{10} i = 55 \quad \sum_{i=1}^{10} i \rightarrow 55$$

$$\prod_{i=1}^{10} i = 2,653 \times 10^{27}$$

Листинг 4. Шекті қосындыны және көбейтіндіні есептеу операторы

$$i = 1 \dots 5$$

$$\sum_i i^2 \cdot i! = 3,467 \times 10^3$$

$$\prod_i e^i = 3,269 \times 10^6$$

Листинг 5. Шекті есептеу операторы

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 \cdot x}{x} \rightarrow 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \rightarrow \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{-x} \rightarrow -\infty$$

Дифференциалдау. (Differentiate)

Дифференциалдау үшін келесі команда орындалады:

Symbolics / Variable / Differentiate

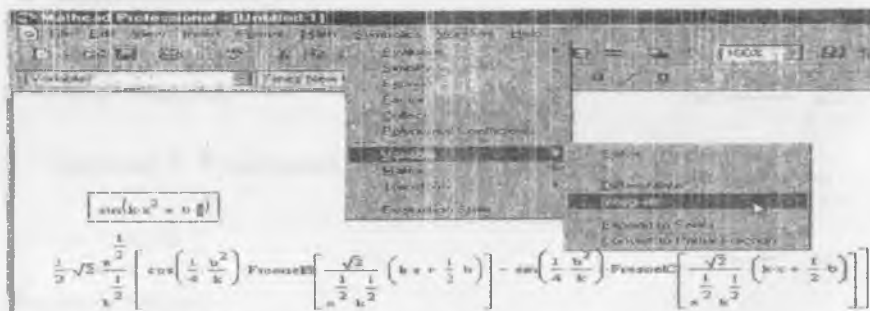
(Символика/Переменная/Дифференцировать)



Сурет 2.2 - Дифференциалдау.

Интегралдау (Integrate)

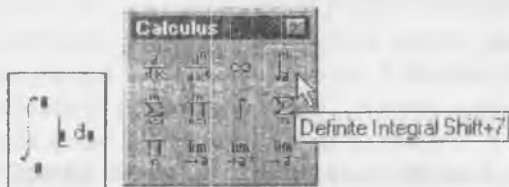
Анықталмаған интегралды есептеу үшін **Symbolics / Variable / Integrate** (Символика / Переменная / Интегрировать) командасын орындау қажет. Осының нәтижесінде Mathcad – да функция шығады. Анықталмаған интегралды есептеу кейіннен пайда болады.



Сурет 2.3 - Интегралдау.

Mathcad –та интегралдау түрлі есептеу операторымен жүзеге асады.

Mathcad – та интегралдау, дифференциалдаудың математикалық нәтижесі қалай жазылса, солай орындалады. Анықталған интегралды есептеу үшін **Calculus** (Вычисления) командасы немесе **<Shift>+<7>** пернесі арқылы орындалады, ("**&**" символы арқылы). Толтырылатын ұяшықтар бойынша интеграл символы пайда болады. Ол үшін орнына шектерін қоямыз, мысалы, **Calculus** (Вычисления)



Сурет 2.4 - Интегралдық оператор.

Интегралдың нәтижесін алу үшін теңдік белгісін немесе символдық теңдік белгісін қоямыз. Mathcad символдық процессорының көмегімен толық нәтижесі, екіншіден сандық түрі көрсетіледі. Бұлар төмендегі листингтерде көрсетілген:

Листинг 6. Анықталған интегралдың сандық және символдық көрсетілімі

$$\int_0^2 \sin(x) dx = 2$$

$$\int_0^2 \sin(x) dx \rightarrow 2$$

Листинг 7. Параметрлік функцияны интегралдау

$$a(u) = \int_0^u \sin(x) dx$$

$$a(2)$$

2
4
6
8
10

Листинг 8. Функцияда интегралдық оператордың қолданылуы

$$a = 2$$

$$\int_0^1 a \sin(x) dx = 4$$

$$x = 1$$

$$\int_0^{10} a \sin(x) du = 42.074$$

Листинг 9. Интегралдың символдық есептелуі

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2 \sqrt{\frac{1}{x}}$$

Листинг 10. Анықталмаған интегралдың символдық есептелуі

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2 \sqrt{\frac{1}{x}}$$

Листинг 11. Символдық және сандық еселі интегралдың есептеу

$$\int_0^1 \int_0^1 e^{-(x+y^2)} dx dy \rightarrow x$$

$$\int_0^1 \int_0^1 e^{-(x^2+y^2)} dx dy = 3.1412$$

Листинг 12. Символдық еселі интегралды есептеу

$$\int_a^b \int_1^4 (x+y^3) dx dy \rightarrow \frac{1}{2} b^4 - \frac{3}{2} a^4$$

$$\int_a^b \int_1^4 (x+y^3) dy dx \rightarrow b^2 - y^2$$

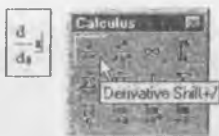
Дифференциалдау

Mathcad көмегімен кез келген туындыны есептеуге болады. Функция және аргумент нақты, сондай-ақ комплексті болуы мүмкін. Mathcad – та дифференциалды есептеу процесі дәл, тура есептеуді қамтамасыз етеді. Көбінесе қолданушы символдық процессорды, туынды функциясын топтастырып есептеп жүзеге асырады.

Бірінші ретті туынды.

$f(x)$ функциясын кез келген нүктеде дифференциалдау үшін:

1. Туынды есептелетін x нүктесін анықтау қажет, мысалы, $x:=1$
2. Дифференциалды операторды енгізіп, **Calculus** (Вычисления) панелінде **Derivative** (Производная) командасын басу керек немесе пернетақта көмегімен $\frac{d}{dx}$ белгісін енгіземіз.
3. Пайда болған толтыру орнына x аргумент пен $f(x)$ функцияны орналастырамыз. Нәтижесін алу үшін $=$ символын немесе \rightarrow символын енгізу керек.



Сурет 2.5 - Дифференциалдық оператор.

$f(x)=\cos(x)\ln(x)$ функцияны дифференциалдау 13 листинге көрсетілген:

Листинг 13. Сандық және символдық дифференциалдау.

$$x := 0.01$$

$$\frac{d}{dx} \cos(x) \cdot \ln(x) = 100.041$$

$$\frac{d}{dx} \cos(x) \ln(x) \rightarrow -\sin(1 \cdot 10^{-2}) \cdot \ln(1 \cdot 10^{-2}) + 1 \cdot 10^{-2} \cos(1 \cdot 10^{-2})$$

Листинг 14. Символдық және сандық дифференциалды қолдану

$$\begin{aligned}f(x) &= \frac{1}{x} \\ \frac{d}{dx} f(x) &\rightarrow -\frac{1}{x^2} \\ x &= 0.1 \\ \frac{d}{dx} f(x) &= -100 \\ \frac{d}{dx} f(x) &\rightarrow -(1, -10^2)\end{aligned}$$

Листинг 15. Дифференциалды функция арқылы анықтау

$$\begin{aligned}t(x) &:= \frac{1}{x} \\ g(x) &:= \frac{d}{dx} t(x) \\ g(0.1) &= -100 \\ g(0.1) &\rightarrow -(1, 10^2)\end{aligned}$$

Mathcad процессорының көмегімен дербес туындыны есептеу үшін, **Calculus** (Вычисления) панеліне туынды операторын енгіземіз, тиісті орынға функцияны қоямыз.

Листинг 16. Дербес туындының сандық және символдық есептелуі

$$\begin{aligned}f(x, y) &:= x^{2y} + \cos(x) \cdot y \\ \frac{\partial}{\partial x} f(x, y) &\rightarrow 2 \cdot x^{1+2y} \cdot \frac{y}{x} - \sin(x) \cdot y \\ \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) &\rightarrow 2 \cdot x^{1+2y} \cdot \ln(x) + \cos(x) \\ x &= 1 \quad y = 0.1 \\ \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) &= 0.54 \\ \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) &\rightarrow \cos(1)\end{aligned}$$

Жоғарғы ретгі дербес туынды жай туынды секілді есептеледі.

Листинг 17. Екінші ретті дербес туындының есептелуі

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (x^{2y} + \cos(x) \cdot y) \rightarrow 4 \cdot x^{(2y)} \cdot \frac{y^2}{x^2} - 2 \cdot x^{(2y)} \cdot \frac{y}{x^2} - \cos(x) \cdot y$$
$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} (x^{2y} + \cos(x) \cdot y) \rightarrow 4 \cdot x^{(2y)} \cdot \ln(x)^2$$
$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} (x^{2y} + \cos(x) \cdot y) \rightarrow 4 \cdot x^{(2y)} \cdot \frac{y}{x} \cdot \ln(x) + 1 - \frac{x^{(2y)}}{x} - \sin(x)$$

Жоғарыда көрсетілген мысалдарда, дифференциалдық оператор дербес туынды түрінде көрсетілген. Дифференциалды оператордың түрін дербес туындыға өзгерту үшін:

1. Дифференциалды оператордан контексті мәзірін тышқанның оң жақ батырмасын басу арқылы орындаймыз.
2. Контексті мәзірінен **View Derivative As** (Показывать производную как) пунктін таңдаймыз.
3. Пайда болған мәзірден **Partial Derivative** (Частная производная) пунктін аламыз.

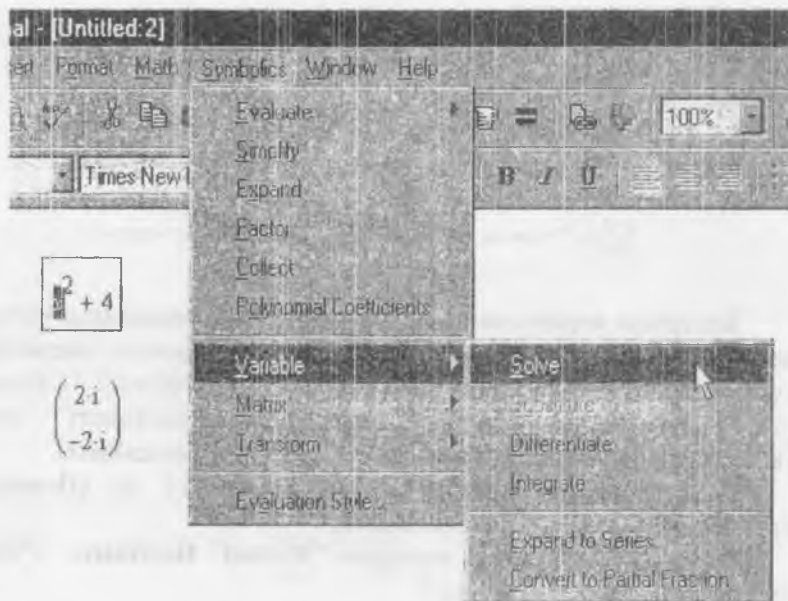


Сурет 2.6 - Дифференциалды оператордың өзгертілуі.

Теңдеуді шешу. (Solve)

Символдық процессордың көмегімен аналитикалық мағынасы бар теңдеуді шешуге болады. Ол үшін

1. Теңдеуді енгіземіз.
2. Мәзір қатарынан **Symbolics** (Символика), **Variable / Solve** (Переменная / Решить) пунктін таңдаймыз. Төмендегі суретте көрсетілген.



Сурет 2.7 - Символдық теңдеуді шешу.

2.2 Mathcad ортасындағы график түрлері және графиктер салу.

Mathcad ортасында график құру үшін бағдарламалық графикалық процессор бар. Бұл процессор әр түрлі графиктерді құруға арналған. Декарттық және полярлық графиктерді салуға болады. Ол үшін келесі мәзірлер орындалады. **Insert** -> **Graph** деп орындауымыз керек. Графикалық процессордың көптеген параметрлері автоматты түрде үнсіздік келісім бойынша орналасады. Сондықтан график түріне байланысты бастапқыда тек график түрін ғана беру жеткілікті.

Graph – ішкі мәзірінде 7 графиктің түрі бар. Олар келесі іс-әрекеттерді орындайды.

1. **x-y Plot** [**@**] – декарттық координаттар жүйесінде екі өлшемді графиктің шаблонын құруға болады.
2. **Polar Plot** [**Ctrl+7**] – полярлық координаттар жүйесінде графиктің шаблонын құруға болады.

3. **Surface Plot [Ctrl+2]** – үш өлшемді графиктің шаблонын құруға болады.

4. **Contour Plot [Ctrl+5]** – үш өлшемді кеңістікте графиктің контурының шаблонын құруға болады.

5. **3D Scatter Plot** – үш өлшемді кеңістікте графиктің нүкте түрінде шаблонын құруға болады.

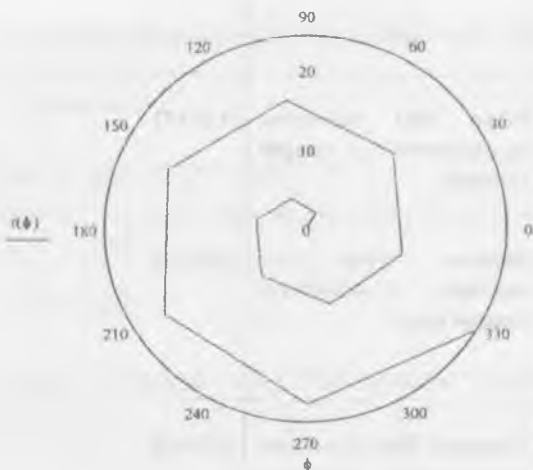
6. **Vector Field Plot** – кеңістіктегі графиктің вектор тәрізді шаблонын құруға арналған.

7. **3D Bar Plot** – үш өлшемді бағандық гистограмма құруға арналған.




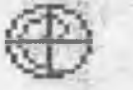


Мысалы, полярлық координаттар жүйесінде график құру мынадай түрде болады.




$$N := 15 \quad \phi := 0.002..4\pi$$

$$r(\phi) := 2 \cdot \phi$$



Graph панеліндегі пиктограммалар

Пиктограмма	Функциясы	Пернесі
	<p>x-y Plot декарттық координаттар жүйесінде график сызу</p>	<p>[@] немесе [Shift+2]</p>
	<p>ZOOM декарттық координаттар жүйесінде графиктің масштабын өзгерту</p>	
	<p>Координатасын (..)анықтайды</p>	
	<p>Polar Plot полярлық координатта график тұрғызу</p>	<p>[Ctrl+7]</p>
	<p>Surface Plot үш өлшемді кеністікте график құру</p>	<p>[Ctrl+2]</p>
	<p>Contour Plot Сызықты тендеулердің картасын құру</p>	<p>[Ctrl+5]</p>

	3D Bar Plot үш өлшемді бағандық гистограмма құру	
	Vector Field Plot үш өлшемді нүктелік диаграмма құру	
	Vector Field Plot векторлық өрістерді құрады	

Мысалы:

1) Декарттық координаттар жүйесінде график құрамыз:

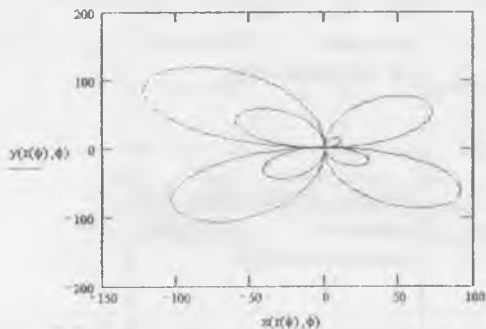
$$\phi = 0, 0,02 \cdot 4\pi$$

$$r(\phi) = 3,2 \cdot \sin((2 \cdot \phi)) \cdot \left(0,75 + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + 4 \cdot \phi\right)$$

$$x(r, \phi) = r \cdot \cos(\phi)$$

$$y(r, \phi) = r \cdot \sin(\phi)$$

Insert -> Graph -> x-y Plot арқылы график саламыз:



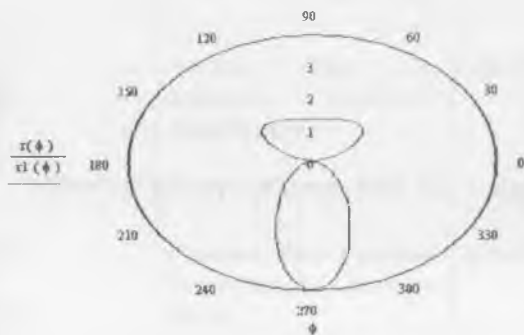
2)

$$N = 15 \quad \phi = 0, \frac{1}{N} \cdot 2 \cdot \pi$$

$$r(\phi) = 1 + \sin\left(2\phi + 3 \frac{\pi}{2}\right)$$

$$r_1(\phi) = 1 + \frac{\sin(3\phi + \pi)}{2}$$

Insert -> Graph -> Polar Plot [Ctrl+7] арқылы график саламыз:



3) Полярлық координат жүйесінде график құру:

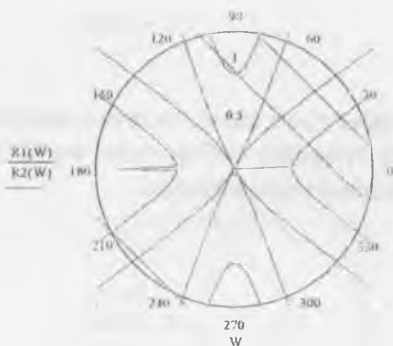
$$W := 0, 0.01 \dots 2\pi$$

$$R1(W) := \sin(3 \cdot W)$$

$$R2(W) := 1.2 \cdot \sin(5 \cdot W)$$

$$Rmin := 0$$

$$Rmax := 1.2$$



Трассировка(із)

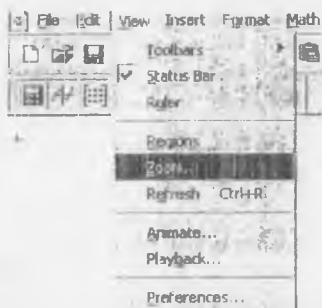
Format-> График(Graph)->Trace(із)



Тышқанды белгі басында тұрып графикті жылжитқанда x,y координаттары өзгереді.

ZOOM(масштабын өзгерту) – Лупа

Бұл команда графиктің бір фрагментін үлкейтуге арналған.



Ол үшін керек фрагментті белгілеп алып, тышқан көмегімен курсорды жылжытамыз. Тышқан түймесін жібергенде **ZOOM** терезеде белгіленген график координаттары көрінеді.



Түймелері:

ZOOM – фрагментті үлкейту.

UnZOOM – белгіленген фрагментті алып тастау.

Full View – графиктің алғашқы қалпын келтіру.

OK – егер графиктің фрагментін үлкейткен болсаңыз, онда құжатта сол фрагмент көрінеді.

3 мысалдың 75%-ға кішірейтілген кескіні

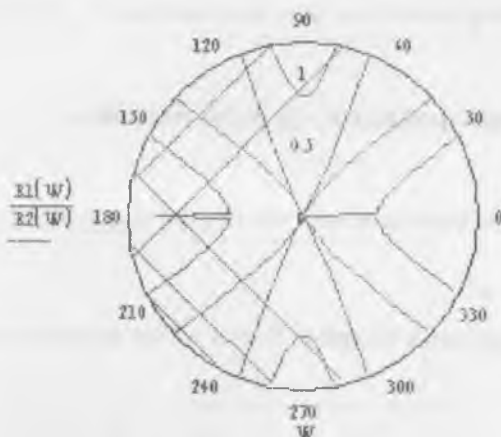
$$W := 0,001 \cdot \pi \cdot 2\pi$$

$$R1(W) := \sin(3 \cdot W)$$

$$R2(W) := 1.2 \cdot \sin(5 \cdot W)$$

$$Rmin := 0$$

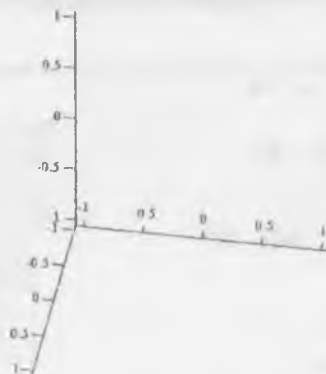
$$Rmax := 1.2$$



Үш өлшемді графиктерді форматтау, анимация.

Үш өлшемді графиктер коллекциясы пайдаланушыларға аз секунд ішінде есептерінің шешімін алуға көмектесетін Mathcad ортасының кереметі. Үш өлшемді графикті салу үшін

Graph(График) инструменттер панелінен кез келген үш өлшемді график түрлерін таңдап ортаға орналастырамыз. Сонда үш осі бар бос облыс пайда болады:



3

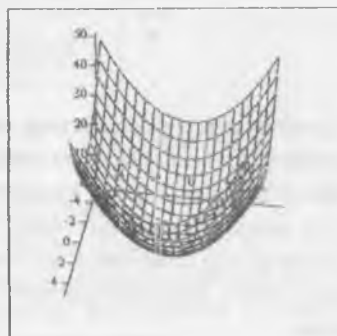
Үш өлшемді графиктің түрлерін мысалда қарастырайық.

Мысал:

1) Екі айнымалы функциясына тез құрылған үш өлшемді график.

$$z(x, y) = x^2 + y^2$$

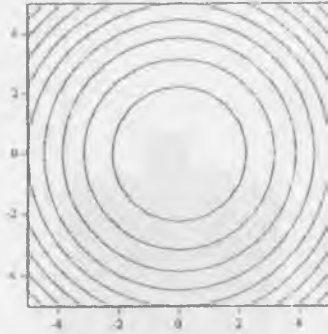
а) График құру үшін *Graph-> Surface Plot* командасын таңдаймыз:



3

Бұл тез арада құрылған үш өлшемді графиктің көрінісі

6) Graph-> Contour Plot



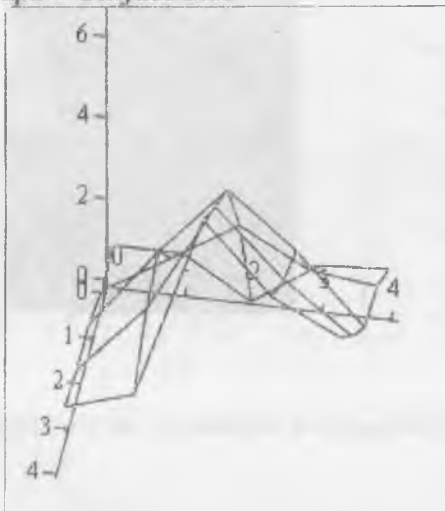
z

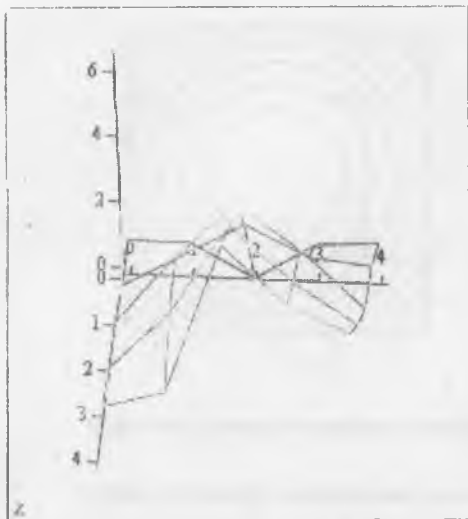
Бұл тез арада кеңістіктегі графиктің контурын құру

2) Берілгені Z матрицасының үш өлшемді графигін көру

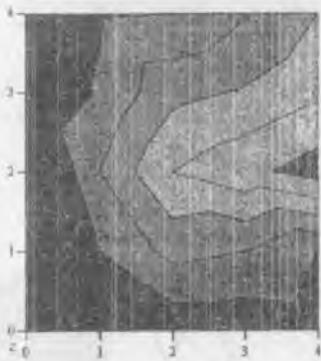
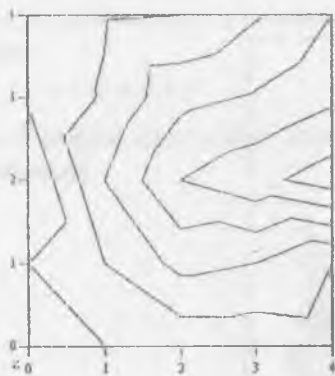
$$z := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1.1 & 1.2 \\ 1 & 2 & 3 & 2.1 & 1.9 \\ 1.3 & 3.3 & 5 & 3.7 & 2 \\ 1.3 & 3 & 5.7 & 4.1 & 2.9 \\ 1.5 & 2 & 6.5 & 4.8 & 4 \end{pmatrix}$$

a) Graph-> Surface Plot



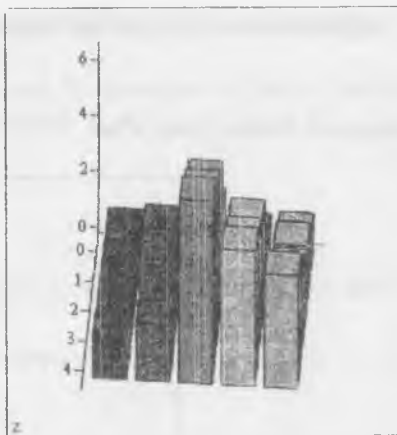


6) Graph-> Contour Plot

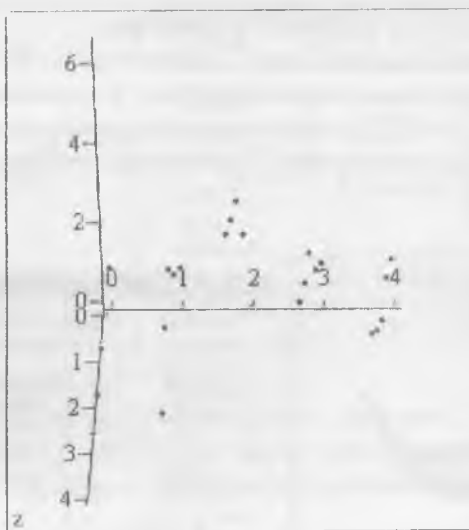


3) Graph->3D Bar Plot берілген матрицаға үш өлшемді гистограмма

$$x = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1.1 & 1.2 \\ 1 & 2 & 3 & 2.1 & 1.9 \\ 1.3 & 3.3 & 5 & 3.7 & 2 \\ 1.3 & 3 & 5.7 & 4.1 & 2.9 \\ 1.5 & 2 & 6.5 & 4.8 & 4 \end{pmatrix}$$

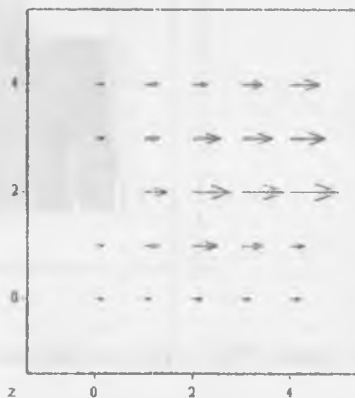


4) *Graph* -> *3D Scatter Plot* - графиктің нүкте түрінде көрінісі



5) Графиктің вектор түріндегі көрінісі

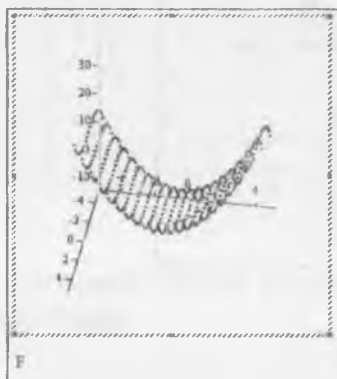
Graph-> Vector Field Plot



Үш өлшемді графикті форматтау

Үш өлшемді графиктерді форматтау *3D Plot Format* сұхбаттық терезесі арқылы орындалады. Үш өлшемді графиктердің барлық параметрлері осы терезе арқылы орнатылады. Сондықтан олардың барлық параметрлері бір терезеде беріледі.

$$F(x, y) = 0.1 x^2 + y^2$$



Мысалы, *3D Plot Format* терезесінің жапсырмаларының қызметтеріне тоқталып өтсек:

General – «жалпы» деген сөз. Қосымшасы құрылып қойылған графиктің түрін өзгертуге арналған.

Rotation – айналдыру;

Tilt – наклон;

Twist – бұру;


Zoom – үлкейту.

AXES – координат стилін беруге болады. Ол үшін келесі өрнектің мәні қолданылады:

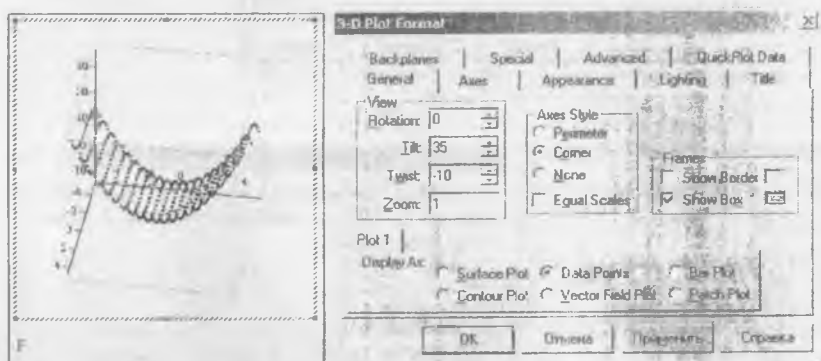
Perimetr – периметрін анықтау;

Corner – бұрышын беру;

None – жоқ;

Show Bdg.  – егер осының алдына белгіше қойсақ, онда координат кеңістікте куб түрінде көрінеді.

$$F(x, y) = 0.1 \cdot x^3 + y^2$$



Appearance – графикті безендіруге арналған. Бұл қосымша графиктің контурын немесе бетін, түрін, түсін орнатуға арналған.

Solid Color – графикке бір тонды(қызыл немесе көк) түс беретін қосымша.

Color map – графикке түрлі түсті түс беретін қосымша.

Advanced – графикке спей эффектер жасау үшін қолданылатын қосымша. Мысалы, тұмандық, көрінбейтін немесе анық көрінетін болады.

Fog – тұман ретінде көрсетуге арналған.

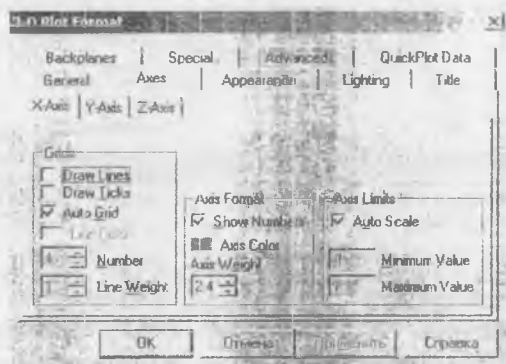
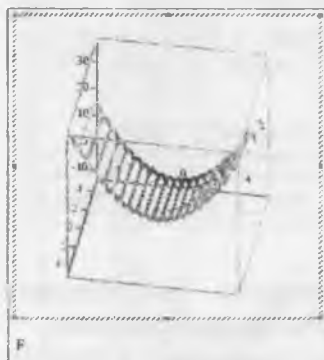
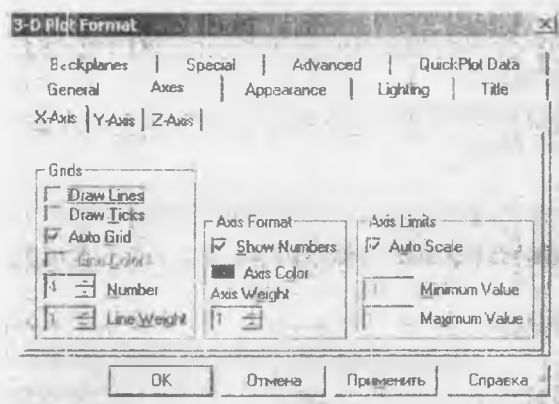
Transparency – графикті пайыз бойынша көрсетеді.

Perspective – анықталған қашықтықта графикті көрсетеді.

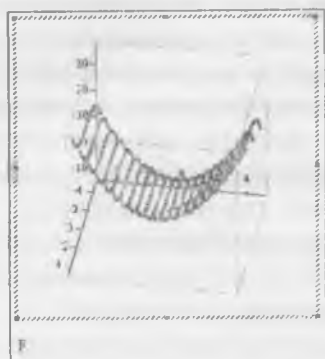
Shininess – графикті барынша анық көрсетеді.

Lighting – графикке қосымша түс береді.

Title – графикке атау береді.



$$F(x, y) = 0.1 x^3 - y^2$$



3-D Plot Format

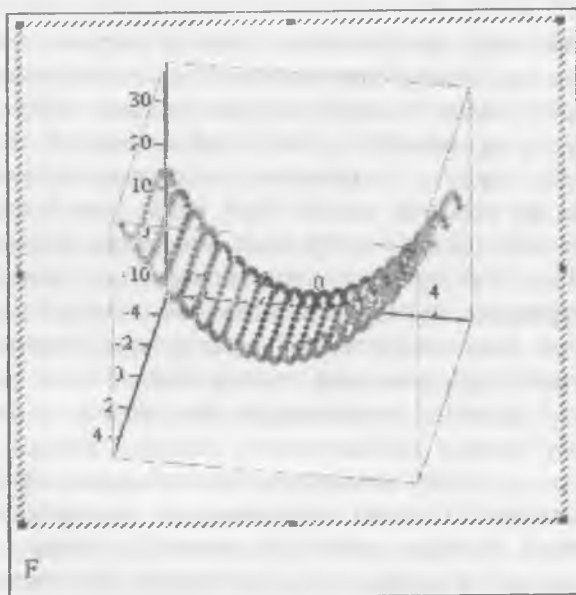
Backplanes | Special | Advanced | QuickPlot Data
 General | Axes | Appearance | Lighting | Title

Plot 1

Fill Options <input type="checkbox"/> Fill Surface <input type="checkbox"/> Fill Edges <input checked="" type="checkbox"/> No Fill <input type="checkbox"/> Make Mesh <input checked="" type="checkbox"/> Color Shading Color Options <input type="checkbox"/> Colormap <input checked="" type="checkbox"/> Solid Color	Line Options <input type="checkbox"/> Lines <input type="checkbox"/> Grid Lines <input checked="" type="checkbox"/> No Lines <input type="checkbox"/> Axis Lines <input type="checkbox"/> Weight Color Options <input type="checkbox"/> Edges <input checked="" type="checkbox"/> Solid Color	Point Options <input checked="" type="checkbox"/> Draw Points Symbol dots <input type="text" value="15"/> Size Color Options <input type="checkbox"/> Colormap <input checked="" type="checkbox"/> Solid Color
---	---	---

OK Cancel Properties Create

6 Lokmes



Анимация құру.

Математикалық есептеудің ең қызық нәтижесі – анимация құру.

Mathcad анимациялық роликтерді құруға және видеофайлдарды құруға, сақтауға мүмкіндік береді. Mathcad - та анимацияның негізгі принципі – кадрлы анимация. Қарапайым кадрлар тізбегі орындалады. Кадрлар номері FRAME жүйелік айнымалысы арқылы беріледі. $FRAME=0$.

Толқынды анимация ролигін құру үшін келесі тізбектер орындалады:

1) $f(x, t) = \sin(x - t)$, $y(x, FRAME)$ – функция анықталады.

2) **Tools-Animation-Record**

3) **Animate - From=0** *1-кадрдың номері*

$To=9$ *соңғы мәні*

$At=10$ *кадрдың жылдамдығы секундына*

беріледі

4) Құжаттың қажетті облысын белгілеп, сол облыста анимация ролигін қосамыз.

2.3 Турбо Паскаль тілінің ерекшеліктері

Қысқаша айтқанда программалық тілдердің тарихы: алғашқы шыққан есептеуіш машиналарында машиналық кодпен бағдарлама жүргізілген. Жедел жадқа тікелей терілген сандар тізбегі, яғни командалар сандары процессор жұмыс істей алатындай терілген. Бұл жағдайда әрбір терілген командалық сан кодтар таблицасына барып, сонда қандай команда екенін біліп кейін ғана команданы орындаған. Кейін кодтарды қысқа түсінікті сөздермен команда теру ойға келген болатын. Бұл программалық тіл ассемблер деп аталды. Программалар күрделене бастады, соған байланысты программаны жазу үшін көп, ұзақ командалар тізбегін орнату керек болатын. Сол кезде жоғары типті программалық тілдер пайда бола бастады. Олардың құрылар алдында программада белгілі бір команданы енгізгенде бірдей кодтар сәйкес келіп қалған. Жоғары типті программалық тілдердің бір командасы процессордың он немесе жүз кодын ауыстырған. Осылай программалық тілдер қысқа әрі нұсқа бола бастады. жоғары типті программалық тілдер саны аз емес, олар шартты кодтарды компьютердің командаларына аударған. Солардың бірі – Паскаль [5,6]. Программалық тіл Pascal-

ды 1971 жылдары Никлаус Вирт Цюрих информатика институтында (Швейцария) ойлап тапқан болатын. Программалық тіл ұлы математик, физик, философ Паскаль Блез құрметіне аталған. Алғашында бұл программалық тіл оқу пәніне құрылған программалық тіл болатын. Бірақ кейін байқағандай Pascal тілі кіші программалармен бірге үлкен программалық жүйе – компиляторлар, деректер базасы, операциялық жүйе тағы сол сияқты программаларды құруға болатынын байқатқан.

Қазіргі таңда Pascal программалық тілі көп тараған программалық тіл болып табылады. Pascal тілінің табысқа жеткен бірнеше себептері бар. Солардың ішінде айтып кететіні:

1. Программалық тіл әмбебап программаларды құру кезінде концепциялық технологияға көп үлесін қосқан;

2. Дамыған системалық типтер;

3. Программалық структура принципіне бейімделуі;

4. Қадамдық құрылымды процесті қолдайды;

5. Өзінің оңай түсініктілігімен, оңайлығымен оны меңгеру оңай. Оның қарсылас программалық тілдері PL/I, Cobol, FORTRAN Pascal тілінің сипаттамасы болатын;

6. Өзінің оңай құрылатына қарамастан Pascal программалық тіл операциялық үлкен, көлемді программаларды құруға зор үлесін қосты, соның ішінде операциялық жүйе де бар.

Pascal программалық тіл көптеген елдерде стандартталған. 1983 жылы халықаралық стандартқа ие болды.

Pascal тілінің негізгі ерекшеліктері:

1. Pascal тілі Algol-60 жалғастыратын негізгі ұлттық алгоритмдік программалық тіл. Pascal тіліндегі программа деректерді өзгертушіліктің негізгі арнайы ұжымы болып табылады;

2. Pascal тілі деректерді анық көрсететін, деректер құрылымын құрастыратын программалық тіл;

3. Pascal тілінің командалары программалық құрылымды жазатын, қиын программаларды жазуға болатын тіл;

4. Программалық тіл синтаксисі қиын емес. Программалар ашық форматта, басқалар оқу үшін жазылады;

5. Паскаль – компилятор, яғни, программаны орындамай тұрып алдымен Паскаль бастапқы терілген тексті оқып, кейін машиналық кодқа береді. Бұл программа кейін “.EXE” кеңейтілуімен сақталынып, өзі орындайтын программаға айналады.

Мұның бір пайдасы ол программа Паскаль тілі жоқ компьютерлерде де орындала береді.

Паскальдің қолданысқа түскеніне көп жылдар өтті. Кейін американ фирмасы шығарған Турбо Паскаль тілі шығарылды. Бұл фирма текст редакторын, тез жүргізілетін компиляцияны стандартты Паскаль тіліне қосты. 1985 жылы жаңа стандартты Паскаль компиляторы бар Турбо Паскаль (версия 3.0) программалық тілі ойлап табылды. Осыдан кейін Турбо Паскаль тілі мектептерде, жоғары оқу орындарында көп қолданысқа түскен.

Бағдарламалаушы мамандар арасында Турбо Паскаль программалық тілі жоғары бағаға ие болды. Заман өте келе пайда болған Турбо Паскаль 4.0 тілінде көптеген критикалық компиляторлар жойылып, Модуль – 2 тілінен алынған UNIT – концепциясы орналасты. 1992 жылы Borland International фирмасы жаңа Паскаль программалық тілдің дамыған Турбо Паскаль 7.0 программалық тілді ұсынды. Турбо Паскаль 7.0 ерекшелігі - Турбо Паскаль 7.0 тілінде тышқанды пайдалана алу, көп терезелерді ашу, тікелей машиналық кодқа ену және т. б. Сонымен бірге Турбо Паскаль 7.0 версиясында оның интерфейсі алғашқыға қарағанда жеңіл.

Turbo Pascal-дің жоғарғы деңгейлі логикалық құрылымы әр түрлі есептерді дәл шешуге көмегін тигізеді. Turbo Pascal жүйесінде қарапайым есептерді шешудің программасынан бастап, күрделі мәліметтер қорын құрудың сан қырлы жұмыстары жүргізіледі.

Turbo Pascal программалау тілінің де басқа тілдер сияқты өзіне тән алфавиті бар. Программаның элементтерін жазуда қолдануға болатын символдар жиынтығын тілдің алфавиті дейміз. Turbo Pascal программалау тілінің алфавиті латын алфавитінен тұрып, орыс алфавитін түсіндірме ретінде мәтіндер жазуда пайдаланады және арап цифрларын енгізіп, арнайы символдарды белгілі бір функцияларды енгізуде пайдаланады.

Әрбір символдың өзінің реттік нөміріне сәйкес белгіленген коды болады. Жоғарыдағы символдар ASCII (American Standard Code for Information Interchange) коды бойынша 0-ден 255 дейінгі сандармен кодталады.

Turbo Pascal программалау тілінде алдын ала қызметі тағайындалған сөздер тобы пайдаланады. Оларды Turbo Pascal-дің қызметші сөздері деп айтады. Бұл сөздер ағылшын тілінде

берілгенімен, мағынасы атқарылатын іс-әрекетті баяндайды. Мысалы: Program - сөзі программаның тақырыбын, Begin - программаның басын, End - программаның соңын сипаттауға қолданылады.

Turbo Pascal программалау тілінде атауды *идентификатор* деп атайды. Яғни, *идентификатор* программаның кез келген элементіне (айнымалылар, тұрақтылар, функциялар, файлдар, жиындар, т.б.) берілген атау. Ол стандартты және пайдаланушы идентификаторлар болып екіге бөлінеді.

Стандартты функциялар, қызметші сөздер, т.с.с. стандартты объектілер атаулары стандартты идентификатор тобына жатады. Олардың көпшілігі алдып ала орындалынатын операция немесе белгіленген элемент туралы мағлұмат беріп тұрады. Мысалы: Real (нақты сан), WriteLN (Write Line - жолды шығару), Begin (басы), End (соңы), Program (программа).

Пайдаланушы идентификаторы ретінде әріптер мен цифрлар тізбегі алынады. Программалаушы идентификаторың төмендегі жазылуы ережелерін білуі қажет:

- Идентификатор міндетті түрде әріптен басталатын латын әріптері мен цифрлардан тұрады;
- Оның құрамында орыс алфавитінің әріптері, арнайы символдар, әсіресе, бос орын болмауы қажет;
- Қызметші сөздер пайдаланушылар идентификаторы бола алмайды;
- Идентификатордың максимальды ұзындығы - 127 символ болғанымен, оның тек 63 символы Turbo Pascal-да оқылады.

Идентификатор қысқа, әрі түсінікті болғаны дұрыс. Оның мағынасы болмағаны қателік туғызбаса да, белгіленген программа элементі туралы мәлімет беруі тиімді екенін ескерген жөн.

Бір программада бірнеше объектіге бір ғана атау беруге болмайды. Бұл шарт орындалмаған жағдайда экранда төмендегідей хабарлама шығады

Error 4: Duplicate identifier (Қате 4: Қайталанған идентификатор).

Программаның негізгі объектілері айнымалылар мен тұрақтылар болып табылады. Программа құру барысында, программалаушы олардың типтерін алдын-ала анықтауы қажет. Айнымалылар мен тұрақтылардың *типтері* -олардың мәндерін

және оларға қолданылатын әр түрлі өңдеу амалдарын белгілейтін, басты көрсеткіші.

Turbo Pascal-да белгілердің типтерін үлкен екі топтарға бөлуге болады:

- Қарапайым типтер (скалярлық);
- Құрылымдық типтер (структуралық).

Қарапайым (скалярлық) типтердің өзі стандартты және пайдаланушылар типтері болып бөлінеді. Стандартты типтер: бүтін, нақты, логикалық (бульевтік), символдық (литерлік).

Құрылымдық типтер: жолдар, массивтер, жазбалар және файлдар.

Программа - берілген есептің шешілу жолын анықтайтын алгоритмнің арнайы машиналық тілде жазылуы.

программаның негігі сипаттамасы:

- алынған нәтиженің дұрыстығы;
- орындалу уақыты;
- қызметші сөздер пайдаланушылар идентификаторы бола алмайды;

- идентификатордың максимальды ұзындығы — 127 символ болғанымен, оның тек 63 символы Turbo Pascal-да оқылады.

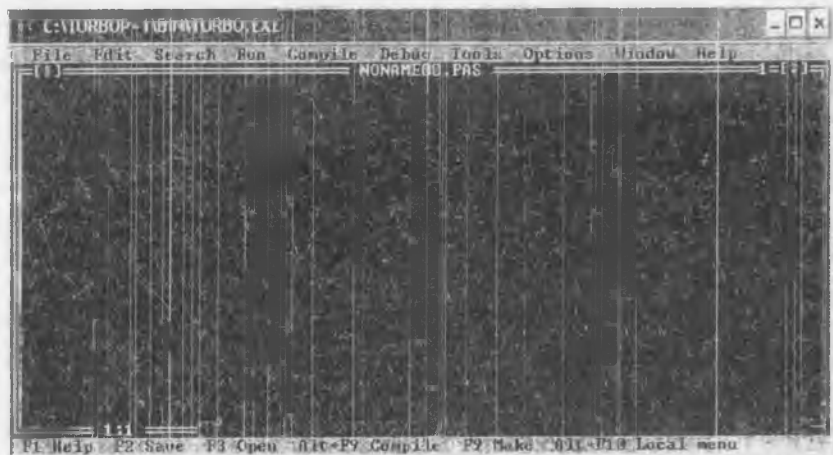
Турбо Паскаль программалау жүйесінің негізгі компоненттеріне - Паскаль тілінің компиляторын, программалардың бастапқы мәтінін құрып-өңдейтін және программа мәтінін орындайтын (қателерін табатын) құралдарын жатқызады. Осы компоненттердің барлығы өңдеушінің бірыңғай ортасын құрайды. Программалаушы Паскаль тілінде программа құрған кезде осы бірыңғай ортада жұмыс істейді.

Программаны іске қосу

Turbo Pascal программасын іске қосу үшін:

1. C: каталогында орналасқан Turbo Pascal қапшығын ашу.
2. Turbo Pascal қапшығынан BIN қапшығын тауып ашу.
3. BIN қапшығынан turbo (.exe) файлын ашу.

Осы әрекеттерді орындағаннан кейін экранда төмендегідей терезенің пайда болғанын көресіз.



Программа терезесін функционалдық мақсаттарына сәйкес төмендегідей үш бөлікке бөлуге болады:

1. Меню жолы;
2. Жұмыс аймағы;
3. Қалып-күй қатары.

Меню жолына өту үшін F10 пернесін басу керек. Меню жолы төмендегідей бөліктерден тұрады:

- File. Файлдармен орындалатын негізгі әрекеттерді (күру, ашу, сақтау ..) орындауға мүмкіндік береді.
- Edit. Программа мәтінін өңдеуге қажетті негізгі операцияларды (көшіру, кірістіру, үзінділерді алып тастау, соңғы әрекеттерді болдырмау..) орындауға мүмкіндік береді.
- Search. Мәтін үзінділерін іздеп табуға және оларды басқа үзінділермен алмастыруға мүмкіндік береді.
- Run. Дайын болған программа мәтінін іске қосатын командалар жиынтығынан тұрады.
- Compile. Программаны компиляциялауға мүмкіндік береді.
- Debug. Программадағы қателерді табу процесін жеңілдететін командалар жиынтығынан тұрады.
- Tools. Турбо Паскальдің кейбір қосымша құралдарынан тұрады.

- Options. Жұмыс істеуге қажетті компилятор мен программаны өңдеу ортасының параметрлерін орнатуға мүмкіндік берілі.

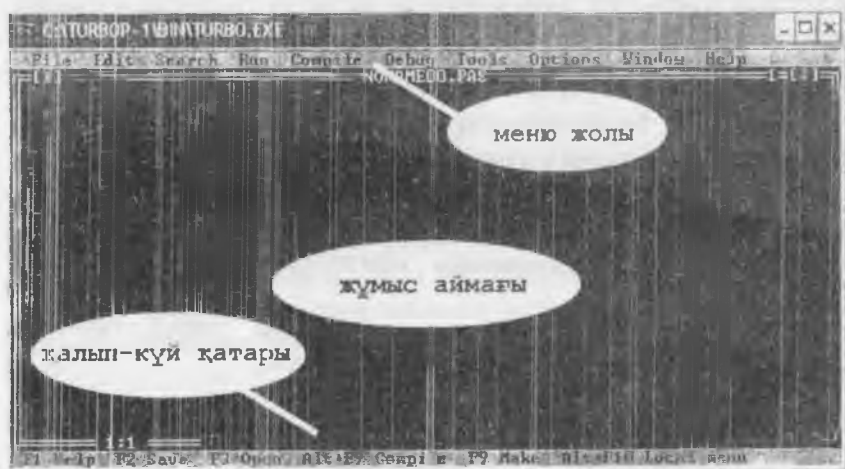
- Window. Программа терезелерімен орындауға болатын барлық негізгі операцияларды атқаруға мүмкіндік береді. (терезелерді ашу, жабу, орындарын ауыстыру, өлшемдерін өзгерту).

- Help. Программа жөнінде қосымша анықтамалық ақпаратты алуға мүмкіндік береді.

Меню жолындағы команда бөліктерін жылдам таңдау үшін пернелердің арнайы комбинацияларын пайдалануға болады. Ол үшін Alt пернесін басып тұрып, меню пунктін атауында қызыл түспен ерекшеленген әріпті басу керек.

Жұмыс аймағында программа жазып отырып, программаның әр түрлі терезелерін: мәтінді өңдеу терезесін, көмек терезесін, программаны жөндеу немесе баптау терезелерін ашуға болады. Жоғарыда көрсетілген мысалда программаның бір ғана терезесі - программа мәтінінің терезесі ашулы тұр. Осы терезенің басында файлдың аты жазулы тұр (NONAME00.PAS).

Қалып-күй қатарында программа жұмысы кезінде орындауға болатын операциялар мен оларды таңдауға мүмкіндік беретін пернелердің комбинациясы туралы мәлімет бейнеленіп тұрады.



Турбо Паскаль ортасының негізгі командалары мен осы командаларды жылдам орындауға мүмкіндік беретін пернелердің комбинациясы:

- Ctrl+F9 – программаны орындау, іске қосу;
- Alt+F5 – пайдаланушы экранын көру;
- F2 – программаны сақтау;
- F3 – сақтаулы тұрған программаны ашу;
- Alt+F3 – белсенді терезені жабу;
- Alt+X - Турбо Паскаль ортасынан шығу;
- F1 – жанама көмек;
- Ctrl+F1 – курсор орналасқан оператор жөнінде анықтама алу;
- Alt+Backspace – соңғы әрекетті болдырмау;
- Ctrl+Y – жолды алып тастау;
- Shift+стрелки – мәтін блогін ерекшелеу;
- Ctrl+Insert – ерекшеленген блокты буферге көшіру;
- Shift+Insert - буферден кірістіру.

3 МЕХАНИКА ЕСЕПТЕРІН МОДЕЛЬДЕУ ЖӘНЕ ОЛАРДЫ MATHCAD ОРТАСЫ МЕН БАҒДАРЛАМАЛАУ ТІЛДЕРІН ҚОЛДАНЫП ШЕШУ

3.1 Математикалық маятник тербелісін модельдеу және Mathcad ортасында шешу

Mathcad компьютерлік математика жүйесі тек қана күрделі математикалық, ғылыми-техникалық есептеулерді ғана орындап қоймай, сонымен бір қатарда, математикалық модельдеу, компьютерлік графика салаларында да кеңінен пайдаланыла бастады [2-4]. Осы мүмкіндікті нақты мысалда қарастырамыз.

Эластикалық күштен басқа күштер де денені тербелуге мәжбүрлейді. Мәселен, математикалық маятник эластикалық күшпен бірге ауырлық күшінің әсерінде тербелмелі қозғалыс жасайды. Өлшемдері жіктің ұзындығынан өте кіші, массасы жіптің массасынан өте үлкен дене математикалық маятник деп аталады. Математикалық маятникте денені материялық нүкте, жіпті салмақсыз, созылмайтын деп қарастырады [7,8]. Дене ілінген жіп вертикаль жағдайда тұрғанда маятник тепе-теңдікте болады. Бұл жағдайда оған ауырлық күші $F_{\text{ауыр}} = mg$ және тартылып тұрған жіптің эластикалық күші $F_{\text{эл}}$ әсер етеді. Маятник тепе-теңдік жағдайында болғанда күштердің қосындысы нольге тең болады:

$$\vec{F}_{\text{ауыр}} + \vec{F}_{\text{эл}} = 0$$

Егер маятник α бұрышқа ауытқыса, $\vec{F}_{\text{ауыр}}$ және $\vec{F}_{\text{эл}}$ күштер бір-біріне тепе-тең болмайды. Бұл күштердің қосындысы нольден басқа тең әсер ететін \vec{F} күшке тең болады.

$$\vec{F}_{\text{ауыр}} + \vec{F}_{\text{эл}} = \vec{F}$$

Математикалық маятник осы тең әсер ететін \vec{F} күштің әсерінен тербеледі.

Тербелмелі механикалық жүйенің кең тараған мысалы математикалық маятник болып табылады. Бұл идеалданған жүйе, ол ұзындығы L қатты стерженнің соңына қатырылған бөліктерден немесе массасы m «жүктен» тұрады, оның жоғарғы бөлігі ілінген нүктеде қажалмай айналады. Егер жүкті тепе-теңдік күйден шығарып, түсіретін болсақ, онда маятник вертикальді жазықтықта

тербелістер жасайды. Жүк қозғалысы L радиусты шеңбердің доғасында жүретін болғандықтан, жүктің жағдайы доға ұзындығымен және θ бұрышпен сипатталады (Сурет 3.1). Сызықты жылдамдық пен жүк үдеуі доға бойымен қозғалыс кезінде мынаған тең

$$v = L \frac{d\theta}{dt} \quad (3.1.1)$$

$$a = L \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (3.1.2)$$

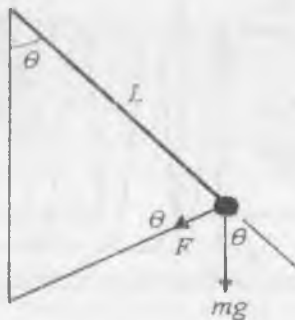
Үйкелу жоқ кезінде денеге екі түрлі күш әсер етеді: вертикальді төменге бағытталған ауырлық күші mg және стержен жақтан түсетін күш. Соңғысы ортадан бағытталады $|\theta| < \pi/2$. Стержень қатты болғандықтан, жанасатын доғаға бағытталған, тек mg күшінің компонентін ескереді. Бұл компонента $mg \sin \theta$ тең және θ бұрышының азаю жағына бағытталған. Сонда қозғалу теңдеуі (3.1.1), (3.1.2) мына түрде жазылады

$$mL \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg \sin \theta$$

немесе

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \sin \theta \quad (3.1.3)$$

(3.1.3) теңдеу сызықты емес теңдеуге мысал бола алады, себебі оған θ емес, $\sin \theta$ кіреді.



Сурет 3.1 – Математикалық маятникке әсер етуші күштер

Көптеген сызықты емес теңдеулердің элементарлы функцияларда аналитикалық шешімі болмайды. Бірақ маятниктің тербелу амплитудасы айтарлықтай аз болса, онда $\sin\theta \approx \theta$ және (3.1.3) теңдеуді мына түрде жазуға болады

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} \approx -\frac{g}{L}\theta$$

$\theta \ll 1$ үшін.

Математикалық маятниктің тербеліс есебінің, яғни (3.1.3) теңдеудің сәйкес бастапқы шарттардағы Mathcad ортасындағы шешімі және графиктері (Сурет 3.2, 3.3) төменде келтірілген.

Есепті Mathcad ортасында шешу бағдарламасы

Given

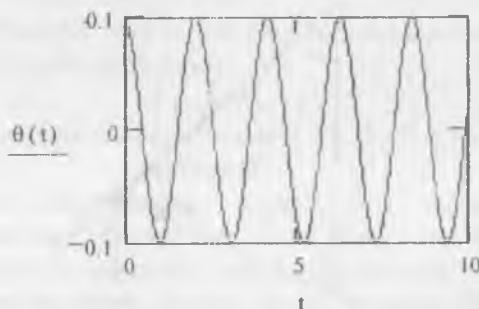
$$\frac{d}{dt} \theta(t) = u(t)$$

$$\frac{d}{dt} u(t) = -g * \sin(\theta(t))$$

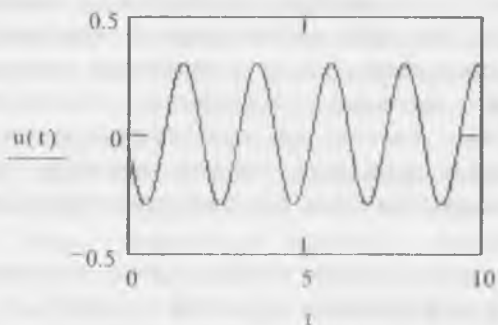
$$\theta(0) = 0.1$$

$$u(0) = 0$$

$$\begin{pmatrix} \theta \\ u \end{pmatrix} := \text{odesolve} \left[\begin{pmatrix} \theta \\ u \end{pmatrix}, t, 20 \right]$$



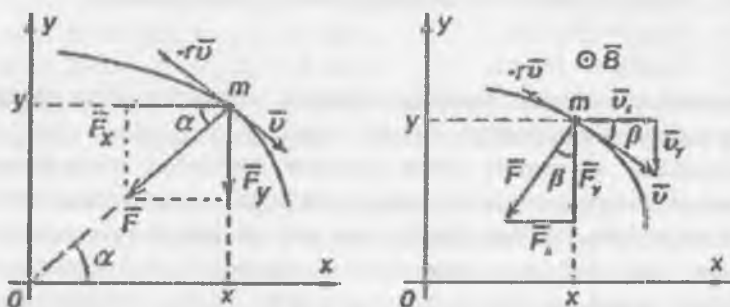
Сурет 3.2- Математикалық маятниктің ауытқу бұрышының (рад) уақыт (с) бойынша өзгеруі



Сурет 3.3 - Математикалық маятниктің ауытқу бұрышының өзгеру жылдамдығының (рад/с) уақытқа (с) тәуелділігі

3.2 Материалдық нүктенің екі өлшемді қозғалысын модельдеу және бағдарламалау тілін қолданып шешу

1. Есептің қойылуы. M массалы материалдық нүкте $F_x = F_x(x,y)$, $F_y = F_y(x,y)$ күш өрісінде қозғалады, сонымен қатар оның жылдамдығына қарама қарсы бағытталған $F_{тх} = -r v_x$, $F_{тy} = -r v_y$ күш проекциясы әсер етеді (Сурет 3.4). Бастапқы x_0 , y_0 , v_{0x} , v_{0y} мәндерін біле отырып нүктенің қозғалысының траекториясын кұру керек [9,10].



Сурет 3.4 - Материалдық нүктенің екі өлшемді қозғалысы

2. Есептің теориясы. Мұндай қозғалыстың мысалы ретінде нүктенің біртекті күш өрісіндегі, орталық күш өрісіндегі тартылыс және тебу күші, орталық өрістегі қысым күшіндегі қозғалыстар және т.б. болып табылады. Басты жағдайларды қарастырамыз:

1. Біртекті өрістегі қозғалысы. Кеңістіктің барлық нүктелеріндегі күш векторы ось координатында проекциясына ие болады. Қозғалыс күші әсер етпеген жағдайда нүкте парабола бойынша қозғалады, ал оның әсерімен одан күрделі қисық арқылы қозғалады.

2. Кері квадрат заңының әсерінен орта – симметриялы өрістегі қозғалысы. x, y координаталы нүктеге $F = GmM/r^2, r^2 = x^2 + y^2$ күші әсер етеді. Оның ось координатындағы проекциясы:

$$F_x = -F \cos \alpha = -F_x / r,$$

$$F_y = -F \sin \alpha = -F_y / r.$$

Бастапқы координатқа қатысты нүкте жылдамдығы тартылыс өрісінде гипербола, парабола немесе эллипс бойынша қозғалады. Тебіліс өрісінде нүктенің қозғалысының траекториясы гипербола болады.

3. Магнит өрісіндегі қозғалысы. Зарядталған бөлiктің қозғалысы магнит өрісінде екі өлшемді болады, егер бөлiктің бастапқы жылдамдығы магнит өрісінің күш сызығына перпендикуляр болса. Сонымен қатар өрістен экран бетінде жатқан және жылдамдық векторына перпендикуляр бағытталған Лоренц күші $F = qvB$ әсер етеді. X осімен жылдамдық векторын анықтайтын β бұрышын береміз. Лоренц күшінің координат осіндегі проекциясы:

$$F_x = -F \sin \beta = F v_y / v,$$

$$F_y = -F \cos \beta = -F v_x / v.$$

Зарядталған бөлiк шеңбер сызады. Тежегіш күш әсерінен шеңбер радиусы кішірейеді.

4. Бөлiктің электрлік және магнит өрісіндегі қысқартылған қозғалысы. Электрлік өрістің күш сызықтары экран бетінде жатсын және жоғары бағытталған делiк, ал магнит өрісіндегі күш сызықтары электрлік өрістің қысым векторына перпендикуляр бағытталған. Егер бөлiк заряды ақиқат болса, онда оған электр өрісінен жоғары бағытталған нақты күш әсер етеді. Оның әсерін анықтау үшін Лоренц күшінің вертикаль проекциясына qE ті қосып тұру керек:

$$F_x = F v_y / v, F_y = qE - F v_x / v.$$

Егер бөліктің бастапқы жылдамдығы нольге тең болса, онда оның траекториясы циклоида болып табылады.

3. Есептің алгоритмі. t уақыт моментінде материалдық нүкте x , y координаталарына және v_x , v_y жылдамдық проекцияларына ие болсын. Ньютонның екінші заңының проекциясын жазамыз:

$$F_x(x,y) - r v_x = m a_x, F_y(x,y) - r v_y = m a_y.$$

Бұдан $t + \Delta t$ уақыт моментінде үдеудің проекциялары:

$$a_x(t + \Delta t) = (F_x(t) - r v_x(t))/m, a_y(t + \Delta t) = (F_y(t) - r v_y(t))/m.$$

$t + \Delta t$ уақыт моментінде нүктенің координаттары мен жылдамдық проекциясын анықтай отырып, бірнеше рет есептеуді талап ететін процедураны қайталауға және нүктенің қозғалысының траекториясын құруға болады.

Модель алгоритмін құрамыз:

1. m материалдық нүктенің массасын, r айналу коэффициентін, x_0 , y_0 бастапқы координаттарын және v_{0x} , v_{0y} жылдамдық проекцияларын, өріс күшін $F_x = F_x(x,y,z)$, $F_y = F_y(x,y,z)$, сонымен қатар Δt уақыт бойынша қадамын береміз.

2. t бойынша цикл басы. Уақыт бойынша айналымын береді: t ауысымы $t + \Delta t$ мәнін қабылдайды.

3. Келесі уақыт моментінде дененің үдеуін, жылдамдығын және координатын анықтайды:

$$a_x(t + \Delta t) = (F_x(t) - r v_x(t))/m,$$

$$a_y(t + \Delta t) = (F_y(t) - r v_y(t))/m,$$

$$v_x(t + \Delta t) = v_x(t) + a_x(t + \Delta t)\Delta t,$$

$$v_y(t + \Delta t) = v_y(t) + a_y(t + \Delta t)\Delta t,$$

$$x(t + \Delta t) = x(t) + v_x(t + \Delta t)\Delta t,$$

$$y(t + \Delta t) = y(t) + v_y(t + \Delta t)\Delta t.$$

4. $x(t + \Delta t)$, $y(t + \Delta t)$ нәтижесінде экранға сандық түрде шығарады немесе координат бетіне сәйкес нүктелерді құрады (Сурет 3.5).

5. 2 операцияға қайту. Егер t циклы аяқталса—циклдан шығу.

4. Компьютерлік бағдарлама. Берілген Паскаль тіліндегі [5,6] компьютерлік бағдарлама материалдық нүктенің әр түрлі күш өрістеріндегі нүктеге әсер ететін күштерді қосқандағы қозғалысын көрсетеді.

```
program PROGRAMMA3;
```

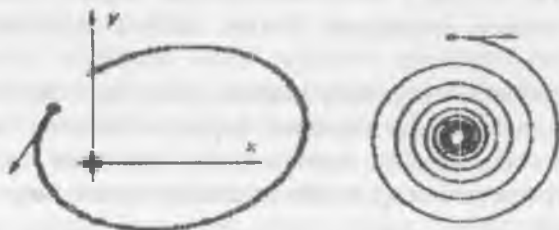
```
uses crt, graph;
```

```
var v, B, q, F, Fx, Fy : real;
```

```

r, x, y, vx,vy,ax,ay : real; Gd, Gm, i: integer;
const M=500; mm=100; dt=0.005; rr=0.1; k=2;
Begin
Gd:= Detect; InitGraph(Gd, Gm, 'c:\bp\bgr');
if GraphResult <> grOk then Halt(1);
line(320,240,640,240); line(320,240,320,0); circle(320,240,5);
x:=100; y:=120; vx:=1; vy:=-2;
Repeat
begin
{--Задание силового поля--}
(* Fy:=3; Fx:=0; *)
(* Fx:=-k*x; Fy:=-k*y; *)
(* r:=sqrt(x*x+y*y); F:=M*mm/(r*r);
Fx:=-F*x/r; Fy:=-F*y/r; *)
B:=2; q:=1; F:=B*v*q; v:=sqrt(vx*vx+vy*vy);
Fx:=F*vy/v; Fy:=-F*vх/v;
(* B:=2; q:=1; F:=B*v*q; v:=sqrt(vx*vx+vy*vy);
Fx:=F*vy/v; Fy:=-0.5-F*vх/v; *)
{--Расчет скоростей и ускорений--}
ax:=(Fx-rr*vx)/mm; ay:=(Fy-rr*vy)/mm;
vx:=vx+ax*dt; vy:=vy+ay*dt; x:=x+vx*dt; y:=y+vy*dt;
circle(round(x)+320,240-round(y),2); setcolor(12);
circle(round(x)+320,240-round(y),1); setcolor(15);
end;
until KeyPressed;
CloseGraph;
END.

```



Сурет 3.5 - Материалдық нүктенің екі өлшемді қозғалысының траекториясы

3.3 Дененің еркін түсуін модельдеу және шешу

Жай қарапайым мысал ретінде заттың жер бетіне құлауын алсақ болады. Бұл материалдық нүкте - деп аталатын қандай да бір идеалды объект ретінде қарастырылып, оның ішкі қозғалысын және айнала қозғалысын қарастырмаймыз. Әрине планеталар, тастар, бейсбол доптары және атомдар сияқты объектілер нүкте бола алмайды. Көп жағдайларда ішкі қозғалыстарын қарастырмай оларды материалдық нүкте ретінде санауға болады[9,10].

Бастапқыда біз бір өлшемді қозғалыстарды қарастырамыз, ол үшін бізге кеңістікте орналасқан бір ғана координата қажет. Материалдық нүктенің $y(t)$ лездік координатасын, $v(t)$ жылдамдығын және $a(t)$ үдеуін дифференциалдық теңдеумен өрнектеуге болады:

$$v(t) = \frac{dy(t)}{dt} \quad (3.3.1)$$

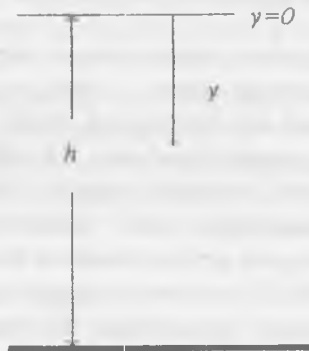
және

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} \quad (3.3.2)$$

Материалдық нүктенің үдеуі оған түсірілетін күшпен анықталады. Нютонның екінші заңының арқасында бізге мәлімі:

$$a(t) = \frac{1}{m} F(y, v, t),$$

мұнда F — тең әсер етуші күш, m - инерттік масса. Жалпы жағдайда күш координатаға, жылдамдыққа және уақытқа тәуелді.



Сурет 3.6 – h биіктігінен құлаушы денеге ыңғайлы координата жүйесі

Материалдық нүктенің қозғалысын сипаттау үшін екі (3.3.1) және (3.3.2), бірінші ретті дифференциалдық теңдеуді шешу керек. Көп жағдайларда (3.3.1) және (3.3.2) бірінші ретті дифференциалдық теңдеулерін координатаға қатысты бір екінші ретті дифференциалдық теңдеуге біріктіреді:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = \frac{F}{m} \quad (3.3.3)$$

Ауаның кедергісі болмаған кезде жер бетіне дейін бірдей қашықтықтағы барлық дене олардың массасына, өлшеміне және құрамына тәуелсіз бірдей үдеуге ие болады. Бұндай идеалға жақындатылған қозғалыс, ауаның кедергісі болмаған кезде «еркін құлау» деп аталады. Еркін құлап жатқан дененің үдеуін g әрпімен белгілейді және жер бетіне бағыттайды. Жер бетіне жақын g мәні шамамен $9,8\text{ м/с}^2$ тең. Сурет 3.6-да көрсетілгендей төмен қарай оңға бағытталған координата жүйесін таңдаймыз. Бұл жағдайда $a=+g$, (3.3.3) формуласының шешімін мына түрде жазуға болады:

$$v(t) = v_0 + gt$$

және

$$y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2,$$

мұндағы y_0 және v_0 сәйкесінше, координата басы мен материалды нүктенің бастапқы жылдамдығын білдіреді.

Еркін түсу туралы тапсырманың маңызды модификациясының бірі ауа кедергісінен пайда болатын, кедергі күшін ескеру болып табылады. Осы кедергі күшінің бағыты дене қозғалысының жылдамдығына қарама-қарсы болу керек. Алдын-ала материалды нүктенің түсуін қарастырамыз. Кедергі күші F_d (Сурет 3.7) көрсетілгендей жоғарыға бағытталған. Егер Сурет 3.6-да көрсетілген координаталар жүйесін қолданса,



Сурет 3.7 – Ауа кедергісі ескерілген, еркін түскен денеге әсер етуші күштер

онда материалды нүктеге әсер ететін толық күшті былай жазуға болады

$$F = F_g + F_d = mg + F_d. \quad (3.3.4)$$

F_d функциясы үшін v жылдамдыққа тәуелділіктің белгілі бір түрі жобаланады және бұл формула $y(t)$ функциясын анықтау үшін қолданылады. Егер $y(t)$ функциясының мәні экспериментальді есептеулермен сәйкес келсе, онда ұсынылған $F_d(v)$ тәуелділігі экспериментальді дәлелденген болып есептеледі. Кедергі күшінің жылдамдыққа жалпы тәуелділігі мына формуламен анықталады

$$F_d(v) = k_1 v \quad (3.3.5)$$

және

$$F_d(v) = k_2 v^2 \quad (3.3.6)$$

Ал k_1 және k_2 параметрлері орта қасиеті мен дене геометриясына тәуелді болады. (3.3.5-3.3.6) тәуелділігі нақты физика заңы бөліп табылмайтынын ескере кету керек, тек жылдамдықтың шектелген диапазонында $F_d(v)$ -ны сипаттауға жақындатылған формула болып табылады. $F_d = F_g$ шарты орындалса, онда (3.3.4-3.3.6) сәйкес

$$v_1 = \frac{mg}{k_1} \quad (3.3.7)$$

немесе

$$v_2 = \left(\frac{mg}{k_2} \right)^{1/2} \quad (3.3.8)$$

сәйкесінше сызықты және квадратты жағдайлар үшін. Көп жағдайда жылдамдықты тұрақтанған жылдамдық бірлігінде өлшеген ыңғайлы. Сызықты және квадратты жағдайлар F_d үшін, сәйкесінше (3.3.5-3.3.6) және (3.3.7-3.3.8) қолданып:

$$F_d = k_1 v_1 \left(\frac{v}{v_1} \right) = mg \left(\frac{v}{v_1} \right)$$

және

$$F_d = k_2 v_2^2 \left(\frac{v}{v_2} \right)^2 = mg \left(\frac{v}{v_2} \right)^2$$

бұдан құлап жатқан денеге әсер ететін тепе-теңдік күшін мынадай түрде жазуға болады

$$F_1(v) = mg \left(1 - \frac{v}{v_1} \right)$$

және

$$F_2(v) = mg \left(1 - \frac{v^2}{v_2^2} \right).$$

Қарапайм денелердің түсуіне ауа кедергісінің қаншалықты әсер ететіндігін түсіну үшін, массасы $m = 10^{-2}$ кг тастың қозғалысын қарастырамыз. Жоғары дәлділікте кедергі күші v^2 пропорционал болатыны анықталған. Радиусы 0,01 м тас үшін k_2 коэффициенті экспериментальді түрде анықталғандай, $k_2 \approx 10^4$ кг/м. (3.3.8) формуласынан табылған жылдамдық шамамен 30 м/с тең болатынын анықтаймыз. Бұл жылдамдық шамамен вертикаль бойынша 50 м-ге 3 с еркін түскен дененің жылдамдығы болғандықтан, онда айтарлықтай аз уақыт пен арақашықтықта ауа кедергісі үлкен роль атқаратынын ескеру керек. Дененің еркін түсу есебінің Паскаль және Mathcad орталарында шешілуі және нәтижелері графиктер түрінде (Сурет 3.8, 3.9) төменде көрсетілген.

Есепті Паскаль тілінде шешу бағдарламасы

```
program fall (input, output);    (* ауаның кедергісі есепке алынған *)
const
  g=9.8;                        (* еркін түсу үдеуінің өлшемі *)
var
  y, v, accel, t, dt, height : real;
  ncalc : integer;
procedure initial (var y, v, t, dt, height : real);
begin
  t := 0.0;                      (* бастапқы уақыт (с) *)
  y := 0.0;                      (* бастапқы орын ауыстыру (м) *)
  height := 10.0;                (* бастапқы биіктік *)
  v := 0.0;                      (* бастапқы жылдамдық *)
  write('уақыт бойыша қадам dt = ');
  readln(dt)
end;
  procedure print_parameters (var dt : real;
  var ncalc : integer);
```



```

var
    print_period : real;
begin
    print_period := 0.1;      (* (с) *)
ncalc := round(print_period/dt); (* баспалар арасындағы
                                қадам саны *)
write('уақыт (с) ');      (* тақырып *)
write('у(м) ');
write('жылдамдық (м/с) ');
write('үдеу (м/с*с)');
writeln
end;
procedure print_table (y, v, accel, t : real);
    (* нәтижелерді кесте түрінде баспаға шығару *)
begin
    writeln(t : 6 : 2, y : 12 : 2, v : 12 : 2, accel : 12 : 2)
end;
procedure Euler (var y, v, accel, t, dt : real;
ncalc : integer);
var
    icalc : integer;
begin
for icalc := 1 to ncalc do
    begin
        y := y + v * dt;
        accel := g;
        v := v + accel * dt;
    end;
    t := t + dt * ncalc;
end;
begin
    (* негізгі программа *)
    initial(y, v, t, dt, height);
    print_params(dt, ncalc); (* бастапқы шарттар және
                                параметрлер *)
    print_table(y, v, accel, t); (* бастапқы шарттарды баспаға
    шығару *)

```

```

repeat
    Euler(y, v, accel, t, dt, ncalc);
    print_table(y, v, accel, t);
until y > height;
end.

```

Есепті Mathcad ортасында шешу бағдарламасы

GIVEN

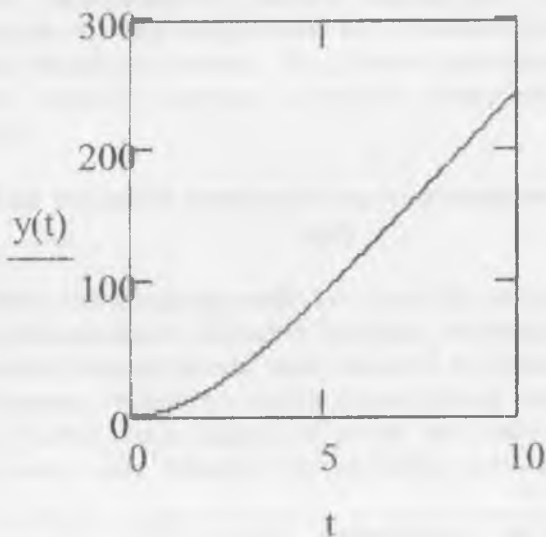
$$\frac{d}{dt} y(t) = V(t)$$

$$\frac{d}{dt} V(t) = 9,81 - \frac{V(t)^2 \cdot 0,001}{0,1}$$

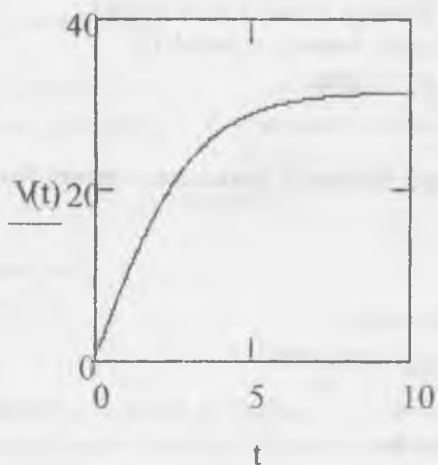
$$y(0) = 0$$

$$V(0) = 0$$

$(\underline{y}) := \text{odesolve}[(\underline{y}), t, 20]$



Сурет 3.8- Дененің еркін түсу қашықтығының (м) уақыт (с) бойынша өзгеруі



Сурет 3.9- Дененің еркін түсу жылдамдығының (м/с) уақыт (с) бойынша өзгеруі

4 ТИІМДІЛІК ЕСЕПТЕРІН МОДЕЛЬДЕУ ЖӘНЕ ШЕШУ

4.1 Тиімділік есептерінің теориялық қойылуы

Сызықтық программалау-белгісіздеріне сызықтық шектеулер қойылған, сызықтық функцияның ең кіші және ең үлкен мәндерін зерттеу және табу туралы ғылым [11-15].

Сызықтық функция

$$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n \quad (4.1.1)$$

және сызықтық шектеулер

$$\left. \begin{aligned} y_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0, \\ y_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0, \\ \dots & \\ y_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.1.2)$$

Сызықтық функцияның ең үлкен және ең кіші мәндерін табуда сызықтық программалау есебін шығарудың арнайы әдістері қолданылады. Сызықтық функция (4.1.1) мақсат функциясы деп, ал сызықтық теңдеулер жүйесі (4.1.2) оның шектеулері деп аталады. Көптеген тиімділік есептері сызықтық программалау есептеріне келтіріледі.

Жай тиімділік есептерінің математикалық модельдерін құру

Шикізатты қолдану есебі. Екі түрлі зат өндіру үшін үш түрлі шикізат қолданылсын. Шикізат қорлары, өнімнің әр данасы үшін жұмсалатын шикізат көлемі және өнімнің әр данасын сату бағасы белгілі болсын. Өндірісті шикізат қорын тиімді пайдаланып, өнімді сатудан түсетін жиын пайда ең үлкен мән қабылдайтындай етіп ұйымдастыру керек. Шикізат түрлері жайлы мәлімет

Шикізат түрлері	Өнім үшін жұмсалатын әр шикізат мөлшері		Шикізат қоры
	P ₁	P ₂	
S ₁	2	5	20

S_2	8	5	40
S_1	5	6	30
Бағасы	50	40	

Қойылған тиімділік есебінің математикалық моделін түзейік. Өндірілетін өнім мөлшерін x_1 және x_2 айнымалылары арқылы белгілесек, оны сатудан түсетін жиын $Z=50x_1+40x_2 \rightarrow \max$, функциясымен, ал шикізат қорларын пайдалану

$$\left. \begin{aligned} 2x_1 + 5x_2 &\leq 20, \\ 8x_1 + 5x_2 &\leq 40, \\ 5x_1 + 6x_2 &\leq 30, \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned} \right\}$$

теңсіздіктер жүйесімен беріледі. Z -функциясы есептің мақсат функциясы, ал теңсіздіктер жүйесі оның шектеулері. Бұл есептің математикалық моделі.

Есепті n өнім өндіру үшін m шикізат түрін пайдаланғандағы жалпы түрде жазуға болады. Белгілеулер енгізейік $S_i (i=1,2,\dots,m)$ - шикізат түрлері, $P_j (j=1,2,\dots,n)$ өнім түрлері, a_{ij} - j -ші өнімге жұмсалатын i -ші шикізат, x_j - j -ші өнім мөлшері, c_j - j -ші өнім сату бағасы. Онда есеп жалпы түрде былай беріледі:

$$Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j \rightarrow \max,$$

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \leq d_i, \quad d_i \geq 0 \quad (i=\overline{1,m})$$

$$x_j \geq 0 \quad (j=\overline{1,n}).$$

Рацион құру есебі. Малды азықтандыру үшін екі түрлі жемдік заттар қолданылады. Олардың құрамына организмге қажетті үш түрлі тиісті мөлшерде нәрлі заттарды беру қажет. Жемдік заттардың құрамындағы нәрлі зат және әр малдың күнделікті нәрлі заттарды қабылдау мөлшері төмендегі кестеде көрсетілген.

Нәрлі заттар	Жемдік заттағы нәрлі зат мөлшері	
	I	II
S_1	3	2
S_2	1	3
S_3	2	5
I кг қоректі зат құны	15	13

Азықтандыруды кеткен жалпы шығын барынша аз болатындай етіп ұйымдастыру қажет. Математикалық тілде есеп былай жазылады:

$$\begin{aligned}
 Z &= 15x_1 + 13x_2 \rightarrow \min \\
 \left. \begin{aligned}
 3x_1 + 2x_2 &\geq 19, \\
 x_1 + 3x_2 &\geq 15, \\
 2x_1 + 5x_2 &\geq 13.
 \end{aligned} \right\} \\
 x_1, x_2 &\geq 0
 \end{aligned}$$

теңсіздіктер жүйесінің Z мақсат функциясына ең кіші мән беретін шешулерін табу керек.

Есептің жалпы түрін қарастырайық. Азықтандыруға қажетті m түрлі нәрлі заттары бар n түрлі жемдік заттарды алайық. Рацион дұрыс құрылу үшін қабылдайтын нәрлі заттар мөлшері кемімеуі тиіс. Олай болса b_i - нәрлі заттар мөлшері, a_{ij} - j -ші түрдегі жемдік зат құрамындағы i -ші түрлі нәрлі зат мөлшері, c_j - j -ші түрлі жемдік зат құны, x_j - жұмсалатынын жемдік зат көлемі. Сонымен, есеп былай жазылады:

$$\begin{aligned}
 Z &= \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min \\
 \left\{ \begin{aligned}
 \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &\geq b_i, & i = \overline{1, m} \\
 x_j &\geq 0 & j = \overline{1, n}
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Теңсіздіктерден теңдіктерге көшу. Берілген теңсіздікті

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n \leq b \quad (4.1.3)$$

теңдікке келтіру үшін сол жағына қосымша оң таңбалы белгісіз қосамыз. Сонда (4.1.3) теңсіздігі мынадай түрге келеді:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n + x_{n+1} = b \quad (4.1.4)$$

$$x_{n+1} \geq 0 \quad (4.1.5)$$

мұндағы $x_{n+1} \geq 0$ қосымша белгісіз.

Теорема. (4.1.3) теңсіздігінің кез келген $\bar{x} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ шешіміне сәйкес (4.1.4) теңдеуі және (4.1.5) теңсіздігінің бір ғана $\bar{Y} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n, \beta_{n+1})$ шешімі бар. Керісінше, (4.1.5) теңсіздігі және (4.1.4) теңдеуінің кез келген $\bar{Y} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n, \beta_{n+1})$ шешіміне сәйкес (4.1.3) теңсіздігінің бір ғана $\bar{x} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ шешімі бар.

Дәлелдеуі. \bar{x} - (4.1.3) теңсіздігінің шешімі болсын. Онда $a_1\beta_1 + a_2\beta_2 + \dots + a_n\beta_n \leq b$

Теңсіздіктің сол жағын оң жағына аусытырып, оны β_{n+1} арқылы белгілейміз:

$$0 \leq b - (a_1\beta_1 + a_2\beta_2 + \dots + a_n\beta_n) = \beta_{n+1}$$

Онда $x_{n+1} = \beta_{n+1} \geq 0$, $x_1 = \beta_1, \dots, x_n = \beta_n$ теңдеудің шешімі болады. Яғни

$$a_1\beta_1 + a_2\beta_2 + \dots + a_n\beta_n + b - (a_1\beta_1 + a_2\beta_2 + \dots + a_n\beta_n) = b, \quad \beta_{n+1} \geq 0.$$

Керісінше, $\bar{Y} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n, \beta_{n+1})$ (4.1.4) теңдеуінің шешімі болса, онда $\beta_{n+1} \geq 0$.

$$a_1\beta_1 + a_2\beta_2 + \dots + a_n\beta_n \leq b.$$

Теорема дәлелденді.

Шикізатты қолдану есебі.

$$Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j \rightarrow \max \quad Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j \rightarrow \max$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = \overline{1, m} \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + x_{n+i} = b_i, \quad i = \overline{1, m} \\ x_j, x_{n+i} \geq 0, \quad j = \overline{1, n} \end{array} \right.$$

Рацион құру есебі.

$$Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j \rightarrow \min \quad Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, & i = \overline{1, m} \\ x_j \geq 0, & j = \overline{1, n} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - x_{n+i} = b_i, & i = \overline{1, m} \\ x_j, x_{n+i} \geq 0, & j = \overline{1, n} \end{cases}$$

4.2 Сызықтық программалаудың жалпы есебі және оны графигтік әдіспен шешу

Жоғарыда атап өткендей, сызықтық функцияға

$$Z = C_1 x_1 + C_2 x_2 + \dots + C_n x_n \quad (4.2.1)$$

экстремум мәнін беретін сызықтың теңдеулер жүйесінің

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2, \\ \dots &\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m. \end{aligned} \right\} \quad (4.2.2)$$

оң таңбалы

$$x_j \geq 0 \quad (j = \overline{1, n}) \quad (4.2.3)$$

шешімдерін табу есебін сызықтық программалаудың жалпы есебі деп айтамыз. Мұндағы a_{ij} , b_i , C_j берілген тұрақтылар, b_i -лерді оң таңбалы деп қарастыруға болады. Сызықтық программалау есебінің (4.2.1)-(4.2.3) бірнеше түрдегі жазылуларын көрсетейік:

Векторлық түрдегі жазылуы:

$$\begin{aligned} Z &= CX \\ A_1 x_1 + A_2 x_2 + \dots + A_n x_n &= A_0 \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

Мұндағы $C = (c_1, c_2, \dots, c_n)$, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ n -өлшемді, ал A_j m -өлшемді векторлар.

Матрицалық түрдегі жазылуы

$$Z = CX$$

$$AX = A_0$$

$$x \geq 0$$

Қосынды белгісімен жазылуы

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = \overline{1, m}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}$$

Графиктік әдіс сызықтық программалау есебінің геометриялық мағынасына негізделіп, көбіне екі өлшемді және үш өлшемді кеңістіктің есептерін шешуде қолданылады, себебі жартылай кеңістіктердің қиылысынан тұратын шешімдер көпжағын құрудың жеткілікті ауыртпалығы бар.

Сызықтық программалау есебі екі өлшемді кеңістікте берілсін, яғни шектеулері екі айнымалыдан болсын

$$Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 \rightarrow \min$$

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 \leq b_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 \leq b_2$$

$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 \leq b_m$$

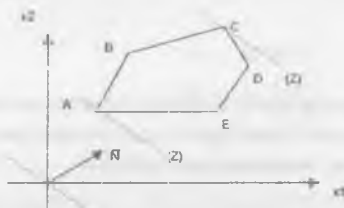
$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

Жүйе үйлесімді, шешімдер көпбұрышы шектеулі делік. Әрбір теңсіздік жарты жазықтықты шеттік түзулерімен $a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 = b_i$, $i = \overline{1, m}$ $x_1 = 0$, $x_2 = 0$ бірге анықтайды. Шектеулер жүйесінің шешімдер көпбұрышын және сызықтық функцияның $Z=0$ мәніндегі графигін тұрғызайық. Онда қойылған сызықтық программалау есебіне мынадай геометриялық мағына беріледі. $c_1 x_1 + c_2 x_2 = const$ тірек түзуі және мұнда функция Z_{\min} мәнін қабылдайтын шешімдер

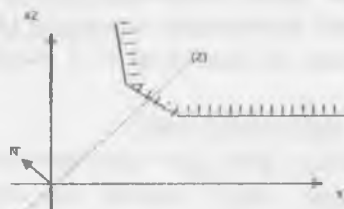
көпбұрышының нүктесін табу керек. $Z = c_1x_1 + c_2x_2$ мәндері $N = (c_1; c_2)$ векторы бағытында өсетіндіктен, $Z=0$ түзуін N бағытында өзін-өзін параллель жылжытамыз.

4.1-суреттен шешімдер көпбұрышының екі тірек түзуі (A және C нүктелерінде) болатындығын, әрі min мәні қабылданатын $A(x_1; x_2)$ нүктесінің координаталарын АВ және АЕ түзулерінің теңдеулер жүйесін шешу арқылы табу керектігін көреміз. Егер шешімдер көпбұрышы шектеусіз облыс болса, екі жағдай болуы мүмкін.

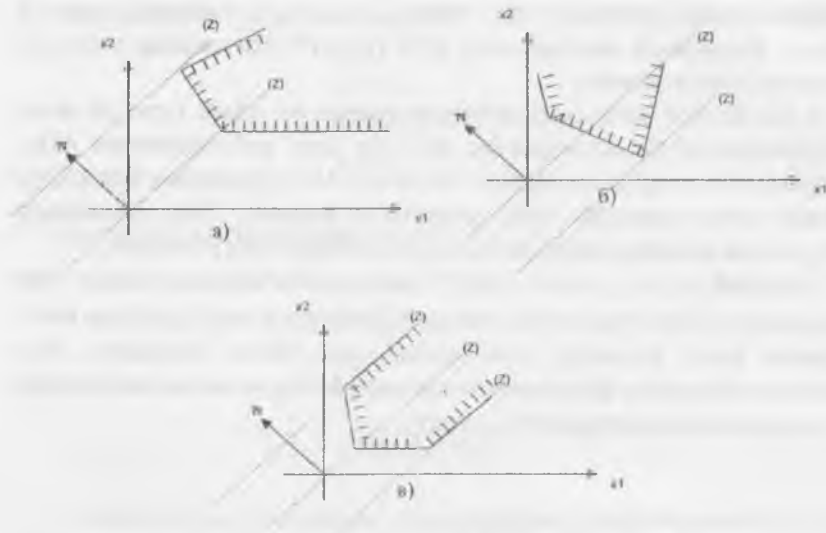
1-жағдай. $c_1x_1 + c_2x_2 = const$ түзуі N векторы бағытында немесе оған қарама-қарсы бағытта қозғала отырып шешімдер көпбұрышын кесіп отырады және бірде-бір нүктесінде оған тірек болмайды. Бұл жағдайда сызықтық функция шешімдер көпбұрышында жоғарыдан да, төменнен де шектеусіз (4.2-сурет).



Сурет 4.1-Шешімдер көпбұрышының тірек түзулері



Сурет 4.2-Сызықтық функцияның шектеусіздігі



Сурет 4.3- Шешімдер көпбұрышының тірек түзулері: а) жоғарыдан шектеулі және төменнен шектеусіз; б) төменнен шектеулі және жоғарыдан шектеусіз; в) жоғарыдан да, төменнен де шектеулі

2-жағдай. Түзу қозғала отырып, шешімдер көпбұрышына тірек болды (4.3-сурет). Онда облыс түріне байланысты сызықтық функция жоғарыдан шектеулі және төменнен шектеусіз (4.3 а-сурет), төменнен шектеулі және жоғарыдан шектеусіз (4.3 б-сурет) немесе жоғарыдан да, төменнен де шектеулі (4.3 в-сурет) болуы мүмкін.

Мысалдар. Шикізатты пайдалану есебі.

Екі түрлі P_1 , P_2 өнім шығару үшін үш түрлі шикізат S_1 , S_2 , S_3 қолданылады. Шикізат қорлары, әрбір өнімнің бір өлшемі үшін жұмсалатын әрбір шикізат шамасы және өнімнің бір өлшемін өткізуден түсетін пайда шамасы кестеде көрсетілген. Өнімді max пайда алатындай етіп, ұйымдастыру қажет.

Шикізат қорлары

Шикізат түрлері	Шикізат қоры	Өнім өлшемін жасауға жұмсалатын әр шикізат мөлшері	
		P_1	P_2
S_1	6	1	1
S_2	10	3	1
S_3	20	2	5
Өнім өлшемінен түсетін пайда		10	8

Шешуі. P_1 -ден x_1 , P_2 -ден x_2 мөлшерінде өнімдер дайындалсын. Өнімнің бір өлшем шамасын дайындауда жұмсалатын шикізаттар мөлшерін және олардың қорларын ескерсек келесі шектеулер жүйесін аламыз

$$\left. \begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 6, \\ 3x_1 + x_2 &\leq 10, \\ 2x_1 + 5x_2 &\leq 20 \end{aligned} \right\}$$

Есептің мақсаты, өнімдерді өткізуден түсетін тах пайданы, екі айнымалының x_1 және x_2 функциясы деп қарастырамыз. P_1 өнімнің x_1 мөлшері өткізгенде $10x_1$, P_2 өнімнің x_2 мөлшері өткізгенде $8x_2$, барлығы, қосындыда $Z = 10x_1 + 8x_2$ пайда келтіреді. Сонымен, шектеулер жүйесінің

$$\left. \begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 6, \\ 3x_1 + x_2 &\leq 10, \\ 2x_1 + 5x_2 &\leq 20 \\ x_1 &\geq 0, \quad x_2 &\geq 0 \end{aligned} \right\}$$

Сызықтық функция $Z = 10x_1 + 8x_2$, мәнін қабылдайтын нақты $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$ шешімдерін табу керек. Шешімдер көпбұрышын шекаралық түзулер арқылы

$$x_1 + x_2 \leq 6, \quad (l_1)$$

$$3x_1 + x_2 \leq 10, \quad (l_2)$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 20 \quad (l_3)$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

тұрғызамыз. $N=(10;8)$ векторын және $10x_1 + 8x_2 = 0$ (Z) түзуін тұрғызамыз.

(Z) түзуін өзіне-өзін паралель N векторы бағытында жылжыта отырып, шешімдер көпбұрышының B нүктесінде тірек түзуіне айланып, бұл нүктеде функция Z_{\max} мәнін қабылдайтынын көреміз.

B нүктесі (l_2) және (l_3) түзулердің қиылысында жатқандықтан, оның координаталарын теңдеулер жүйесін

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 10 \\ 2x_1 + 5x_2 = 20 \end{cases} \text{ шешіп табамыз } x_1 = \frac{30}{13}, \quad x_2 = \frac{40}{13}. \text{ Есептің оптималдық}$$

шешімі $x_1 = \frac{30}{13}, \quad x_2 = \frac{40}{13}, \quad Z_{\max} = 10 \cdot \frac{30}{13} + 8 \cdot \frac{40}{13} \approx 47,69.$

Сонымен 47,69 т. көлеміндегі пайда келтіру үшін $\frac{30}{13}$ мөлшерінде P_1 , $\frac{40}{13}$ мөлшерінде P_2 өнімдерін шығаруды жоспарлау тиімді.

Сызықтық программалау есебін қарастырайық

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{j=1}^n C_j X_j \rightarrow \min \\ &\left. \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2, \\ \dots & \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned} \right\} \\ &x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n} \end{aligned}$$

Бұндағы барлық теңдеулер сызықтық тәуелсіз және $n-m=2$ қатынасы орындалсын. Жордан-Гаусс әдісімен m жою барысында алғашқы m айнымалылар x_1, x_2, \dots, x_m – базистік, ал соңғы екі айнымалы x_{m+1}, x_n – еркін айнымалыларға айналсын делік, яғни шектеулер мына түрге келтірілсін

$$\left. \begin{array}{l} x_1 \quad -3x_4 + 2x_5 = 14, \\ x_2 \quad +11x_4 + 5x_5 = 55, \\ x_3 - x_4 - 2x_5 = -8. \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 7x_4 - 2x_5 + 14 \\ x_2 = -11x_4 - 5x_5 + 55 \\ x_3 = x_4 + 2x_5 - 8 \end{cases} \quad (4.2.5)$$

$Z = 2(7x_4 - 2x_5 + 14) - 11x_4 - 5x_5 + 55 + 6(x_4 + 2x_5 - 8) - 12x_4 - 9x_5$, мұндағы $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$, $x_3 \geq 0$ базистік айнымалыларды теңдеулерден алып тастасақ, есеп графтиктік әдіспен шешуге болатын мына түрге келеді:

$$\left. \begin{array}{l} -7x_4 + 2x_5 \leq 14, \\ 11x_4 + 5x_5 \leq 55, \\ x_4 + 2x_5 \geq 8, \\ x_4 \geq 0, x_5 \geq 0 \end{array} \right\}$$

Шешімдер көпбұрышын ABCD және сызықтық функцияны x_1, x_5 координаталар жүйесінде тұрғызамыз. $Z = 0$ түзуін $N = (-3; -6)$ векторының бағытында жылжыта отырып, шешімдер көпбұрышының AD қабырғасында сызықтық функция Z -тің тах мәнін көреміз. $A(0; 4)$ немесе D нүктелерінің координаталары арқылы $Z_{\min} = 11$ мәнін табамыз. Бастапқы есептің оптималдық шешімін табу үшін $x_4 = 0$, $x_5 = 4$ мәндерін (4.2.5)-ге қоямыз. Нәтижесінде $x_1 = 14 - 8 = 6$, $x_2 = 55 - 20 = 35$, $x_3 = -8 + 8 = 0$, $x_1 = 0$, $x_5 = 4$ оптималдық шешімін табамыз.

4.3 Тиімділік есептерін шешудің Симплекс әдісі

Сызықтық программалау есебінің оптималдық шешімі тірек шешімдерінің ішінен іздестіріледі, әрбір тірек шешімі берілген n векторлар A_1, A_2, \dots, A_n жүйесіндегі m сызықтық тәуелсіз векторлармен анықталатындықтан, олардың саны C_n^m терулерінің санынан аспайды. m және n сандары жеткілікті үлкен болғанда оптималдық шешімді барлық тірек шешімдерін құру арқылы іздестіру өте қиын.

Симплекс әдісі белгілі тірек шешімінен келесі жақсартылған тірек шешіміне көшіріп отырады, санаулы кадамнан соң оптималды шешімге келтіреді, есептің шешімі жоқ немесе сызықтық функциясы шектеусіз болса, оны да көрсетеді. Тірек шешімдерін құру:

$$\begin{aligned}
 Z &= c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \min \\
 \left. \begin{aligned}
 a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1, \\
 a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2, \\
 \dots & \\
 a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m
 \end{aligned} \right\} \\
 x_j &\geq 0, \quad j = \overline{1, n}
 \end{aligned}$$

есепті қарастырайық және мұндағы $b_i \geq 0 \quad i = \overline{1, m}$ болсын. Шектеулер жүйесінің алғашқы m векторлары бірлік векторлар болсын делік. Онда есеп мына түрде қойылады

$$\begin{aligned}
 Z &= c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \min \\
 \left. \begin{aligned}
 x_1 + a_{1,m+1}x_{m+1} + \dots + a_{1n}x_n &= b_1, \\
 x_2 + a_{2,m+1}x_{m+1} + \dots + a_{2n}x_n &= b_2, \\
 \dots & \\
 x_m + a_{m,m+1}x_{m+1} + \dots + a_{mn}x_n &= b_m,
 \end{aligned} \right\} \\
 x_j &\geq 0, \quad j = \overline{1, n}
 \end{aligned}$$

тендеулер жүйесін векторлық түрде жазайық

$$x_1A_1 + x_2A_2 + \dots + x_mA_m + x_{m+1}A_{m+1} + \dots + x_nA_n = A_0, \quad (4.3.1)$$

Мұндағы

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \dots, \quad A_m = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}, \quad A_{m+1} = \begin{pmatrix} a_{1,m+1} \\ a_{2,m+1} \\ \vdots \\ a_{m,m+1} \end{pmatrix}, \quad A_n = \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{pmatrix}, \quad A_0 = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

m -өлшемді кеңістіктің сызықтық тәуелсіз A_1, A_2, \dots, A_m векторлары осы кеңістіктің базисін жасайтындықтан, (4.3.1) жіктелуіндегі x_1, x_2, \dots, x_m айнымалыларын базистік деп, x_{m+1}, \dots, x_n еркін айнымалыларын нөлге теңестіріп, $b_i \geq 0, \quad i = \overline{1, m}$ болғандықтан алғашқы

$$x_0 = (x_1 = b_1; x_2 = b_2; \dots; x_m = b_m; x_{m+1} = b_{m+1}; \dots; x_n = 0) \quad (4.3.2)$$

шешімін аламыз. Осы шешімге сәйкес

$$x_1 A_1 + x_2 A_2 + \dots + x_m A_m = A_0 \quad (4.3.3)$$

жіктелуіндегі A_1, A_2, \dots, A_m векторлары сызықтық тәуелсіз, демек құрылған алғашқы шешім есептің тірек шешімін береді. Бастапқы тірек шешімнен (4.3.2) келесі тірек шешімді қалай құратындығын қарастырайық. m -өлшемді кеңістіктің (4.3.1) өрнектегі әрбір векторы базистік A_1, A_2, \dots, A_m векторлары арқылы бір ғана түрде былай жіктеледі

$$A_j = \sum_{i=1}^m x_{ij} A_i, \quad j = \overline{1, n}$$

Базиске е-беген, мысалы A_{m+1} векторының

$$x_{1,m+1} A_1 + x_{2,m+1} A_2 + \dots + x_{m,m+1} A_m = A_{m+1} \quad (4.3.4)$$

әйтеуір бір коэффициенті $x_{r,m+1}$ оң таңбалы болсын делік. Әзірге белгісіз $\theta > 0$ шамасына (4.3.4) теңдікті көбейтіп, (4.3.3) теңдіктен шегерсек,

$$(x_1 - \theta x_{1,m+1}) A_1 + (x_2 - \theta x_{2,m+1}) A_2 + \dots + (x_m - \theta x_{m,m+1}) A_m + \theta A_{m+1} = A_0$$

теңдігін аламыз. Сонымен

$x_i = (x_1 - \theta x_{1,m+1}; x_2 - \theta x_{2,m+1}; \dots; x_m - \theta x_{m,m+1}; \theta; 0; \dots; 0)$ векторының компоненттері теріс таңбалы болмаса, шешімді береді. $\theta > 0$ болғандықтан, x_i - векторының теріс таңбалы $x_{r,m+1}$ - лер енетін компоненттері теріс таңбалы бола алмайды. Сондықтан кез келген $x_{r,m+1} > 0$ үшін

$$x_i - x_{i,m+1} \geq 0 \quad (4.3.5)$$

болатындай $\theta > 0$ мәнін табу қажет. (4.3.5) теңсіздіктен $\theta \leq \frac{x_i}{x_{i,m+1}}$,

демек $0 < \theta < \min_{i=1, \dots, m} \frac{x_i}{x_{i,m+1}}$. Соңғы теңсіздіктен $\theta = \theta_0 = \min_{i=1, \dots, m} \frac{x_i}{x_{i,m+1}} > 0$.

Оптималдық шешімді табу. Оптималдық шарттары

$$Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j \rightarrow \min.$$

$$x_i + \sum_{j=m+1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = \overline{1, m}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}$$

есебінің шешімдері бар және әрбір тірек шешімі құнарлы делік. Онда

$$x_0 = (x_1 = b_1; x_2 = b_2; \dots; x_m = b_m; x_{m+1} = b_{m+1}; \dots; x_n = 0)$$

тірек шешіміне

$$x_1 A_1 + x_2 A_2 + \dots + x_m A_m = A_0,$$

$$x_1 C_1 + x_2 C_2 + \dots + x_m C_m = Z(x_0),$$

$$x_i > 0, \quad i = \overline{1, m}$$

ал кез келген A_j векторына берілген A_1, A_2, \dots, A_m базисінде

$$x_1 A_1 + x_2 A_2 + \dots + x_{mj} A_m = A_j,$$

$$x_1 C_1 + x_2 C_2 + \dots + x_{mj} C_m = Z_j,$$

$$j = \overline{1, n}$$

теңдіктері тиесілі.

Сызықтық функцияның A_j векторына сәйкес коэффициентін C_j деп белгілейміз. Онда келесі теорема орындалады.

Теорема 1. Егер әйтеуір бір A_j векторына $Z_j - C_j > 0$ шарты орындалса, онда x_0 шешімі оптималды емес және $Z(x) < Z(x_0)$ теңсіздігі орындалатын шешімін құруға болады.

Салдар. Егер әйтеуір бір шешім x_0 –дің базисінде барлық $A_j, j = \overline{1, n}$ векторларының жіктелулеріне

$$Z_j - C_j \leq 0 \quad (4.3.6)$$

шарты орындалса, онда шешім x_0 оптималды. Сызықтық функцияның \min мәнін табу есебінің оптималдық шарты (4.3.6) теңсіздіктерімен анықталады, ал $Z_j - C_j$ мәндері шешім бағалары деп аталады. Сонымен, сызықтық функция \min -мын табу есебінің шешімі оптималды болуы үшін оның бағаларының оң таңбалы болмауы қажетті және жеткілікті.

Сызықтық программалаудың сызықтық функция \max -мын табу есебі үшін келесі теорема орынды.

Теорема2. Егер әйтеуір бір A_j векторына $Z_j - C_j < 0$ шарты орындалса, онда x_0 шешімі оптималды емес және $Z(x) > Z(x_0)$ болатын x шешімін құруға болады.

Салдар. Егер әйтеуір бір шешім x_0 –дің базисінде барлық $A_j, j = \overline{1, n}$ векторларының жіктелулеріне

$$Z_j - C_j \geq 0 \quad (4.3.7)$$

шарты орындалса, онда шешім x_0 оптималды. (4.3.7) теңсіздіктері сызықтық функцияның \max мәнін табу есебінің оптималдық шарты. Сонымен, сызықтық функция \max -мын табу есебінің шешімі оптималды болуы үшін оның бағаларының теріс таңбалы болмауы қажетті және жеткілікті.

Теоремалар 1,2 және олардың салдарынан алғашқы тірек шешімінен бастап оптималды шешіммен аяқталатын тірек шешімдер тізбегін алуға болады.

Тірек шешімі

$$x_0 = (x_1 = b_1; x_2 = b_2; \dots; x_m = b_m; x_{m+1} = 0; \dots; x_n = 0)$$

m - елшемді бірлік (A_1, A_2, \dots, A_m) векторларына тиісті, сызықтық функцияның \min мәнін іздестіретін, сызықтық программалау есебін қарастыруды жалғастырайық. Тірек шешімін оптималдыққа зерттеу

үшін $A_j, j = \overline{1, n}$ векторларын базиске жіктеп, бағалар $Z_j - C_j$ мәндерін есептейміз. Базис бірлік болғандықтан $A_j, j = \overline{1, n}$ векторларының жіктелу коэффициенттері олардың компоненттеріне тең $x_j = a_{ij}$. Бірінші тірек шешімін анықтаған соң, есептің шарттары мен бастапқы берілгендерін жазып, әрі қарай есептеулерді арнайы симплекс кестесімен жүргізу ыңғайлы. Сызықтық функцияның базистік векторларға тиісті коэффициенттерін C бағанына, есептеу барысында оптималдық шешімге айналатын x_0 тірек шешімін A_0 бағанына, әрі қарай x_j деп белгіленетін j -ші вектордың базиске жіктелу коэффициенттерін $A_j, j = \overline{1, n}$ бағандарына жазамыз. $m+1$ жолының A_0 бағанына сызықтық функцияның табылған тірек шешіміндегі мәні $Z(x_0), A_j$ бағандарына бағалар мәндері $Z_j - C_j$ жазылады. $Z(x_0)$ және $Z_j = Z(x_j)$ -лер сызықтық функцияға тірек шешім компоненттерін және j -ші вектордың базиске жіктелу коэффициенттерін қою арқылы есептелінеді, кестеде бұл мәндер келесі скалярлық көбейтінділермен алынады:

$$Z(x_0) = C\delta \cdot x_0 = \sum_{i=1}^m C_i X_i, \quad Z_j = C\delta x_j = \sum_{i=1}^m C_i X_{ij}, \quad j = \overline{1, n}$$

C_j -сызықтық функцияның базистік векторларға тиісті коэффициенттері.

Құрылған кестенің $(m+1)$ - жолын қараймыз. Егер барлық $Z_j - C_j \leq 0, j = \overline{1, n}$ болса, онда тірек шешімі x_0 оптималды, сызықтық функцияның тіп мәні $Z(x_0)$.

Әйтеуір бір баға $Z_j - C_j > 0$ делік; онда шешім x_0 оптималды емес, бұл бағаға тиісті векторды базиске енгізіп, сызықтық функция мәні алғашқыдан кем болатындай, басқа тірек шешімін құруға болады. Оң таңбалы бағалар бірнешеу болса, барлық $Z_j - C_j > 0$ -лерден $\max\{\theta_j(Z_j - C_j)\}$ мәні сәйкес вектор енгізіледі. Бұл осы қадамда сызықтық функцияны ең көп кішірейтілген шешімдер көпжағының төбесіне өтуге, көп жағдайда итерация санын азайтып, «колмен» есептегенде оптималдық шешімді тезірек табуға мүмкіндік береді. Есепті ЭЕМ-де шешкенде базиске енгізілмек вектор $\max(Z_j - C_j)$ бойынша таңдалады. Егер $\max\{\theta_j(Z_j - C_j)\}$ бірнеше j -лерде кездессе,

онда оларға тиісті векторлардың ішінен базиске m C_j мәні сәйкес вектор енгізіледі. Егер кемінде бір $Z_j - C_j > 0$ бағасына тиісті вектордың жіктелу коэффициенттері түгелімен оң таңбалы болмаса, яғни $x_{ij} \leq 0$, онда сызықтық функция шешімдер көпжағында шектеусіз, θ -ны таңдай отырып оның мәнін қанша болса да аз ете аламыз; бұл жағдайда шешімдер көпжағы шектеусіз көпжақты облысты береді.

Симплекс кестесі

i	Базис	C Базис	A a	C 1	C 2	...	C 1	...	C m	C_{m+1}	...	C_j	...	C_k	...	C_n
				A	A	...	A	...	A	A_{m+1}	...	A_j	...	A_k	...	A_n
1	A_1	C_1	x_1	1	0	...	0	...	0	$X_{1,m+1}$...	X_{1j}	...	X_{1k}	...	X_{1n}
2	A_2	C_2	x_2	0	1	...	0	...	0	$X_{2,m+1}$...	X_{2j}	...	X_{2k}	...	X_{2n}
...
i	A_i	C_i	x_i	0	0	...	1	...	0	$X_{i,m+1}$...	X_{ij}	...	X_{ik}	...	X_{in}
...
m	A_m	C_m	x_m	0	0	...	0	...	1	$X_{m,m+1}$...	X_{mj}	...	X_{mk}	...	X_{mn}
$m+1$	$Z_j - C_j$		Z_0	0	0	...	0	...	0	$Z_{m+1} - C_{m+1}$...	$Z_j - C_j$...	$Z_k - C_k$...	$Z_n - C_n$

$\max \theta_{ik}(Z_j - C_j) = \theta_{ik}(Z_k - C_k)$ делік, яғни \max мәні k -ші векторға қатысты, $m < k \leq n$. Онда базиске A_k векторы енгізіледі, ал базистен $\theta_{ok} = \min \frac{x_{ij}}{x_{ik}} (x_{ik} > 0)$ мәніне тиісті вектор шығарылады. Сонымен

$A_0, A_j, j = \overline{1, n}$ векторларының жаңа базис векторына жіктелу коэффициенттерін, жаңа тірек шешімі бағаларын және сызықтық функция мәнін табу үшін бағыттаушы жолдың барлық элементтерін шешуші элементке бөліп, осы түрлендірілген жол арқылы Жордан-Гаусс толық жою әдісімен екінші симплекс кестесін құрамыз.

4.4 Тиімділік есептерін программалау тілін және Mathcad ортасын пайдаланып шешу

1-мысал. Фирма екі түрлі зат жасап шығарады. А және В әрбір зат үш станокта өңделеді. Өңделу уақыты төмендегі кестеде берілген:

	I	II	III
A	0,5 сағ.	0,4 сағ	0,2 сағ.
B	0,25 сағ	0,3 сағ.	0,4 сағ.

Әрбір станоктың апталық жұмыс істеу нормасы

I	II	III
40 сағ.	36 сағ	36 сағ.

А және В заттарының сатылу бағасы 5 доллар және 3 доллар. Ең көп пайда табу үшін бір аптаның ішінде А затынан қанша В затынан қанша жасап шығару қажет?

x_1 - А затының апталық саны;

x_2 - В затының апталық саны;

$z = 5x_1 + 3x_2$ - бір аптада түсетін пайда.

Нәтижеде келесі есепті аламыз:

$$\begin{cases} 0.5x_1 + 0.25x_2 \leq 40 \\ 0.4x_1 + 0.3x_2 \leq 36 \\ 0.2x_1 + 0.4x_2 \leq 36 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$$

$$z = 5x_1 + 3x_2 \Rightarrow \max \quad x_1, x_2 = ?$$

Сонымен, тиімділік есептерін шешу берілген шектеулерде функцияның максимумын немесе минимумын табуға алып келеді.

2-мысал. $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0;$

$3x_1 + 4x_2 \leq 1700;$

$2x_1 + 5x_2 \leq 1600,$

шектелулерде $z = -2x_1 - 4x_2$ функциясының минимумын табу.

Бұл есепті шешу үшін төмендегі Симплекс әдіске құрылған Qbasic тіліндегі [16] программадан пайдаланамыз:

```
10 REM ПРОГРАММАДА ШЕКТЕУЛЕР ҮШІН БЕРІЛГЕН
15 REM БАЗИСТІК ШЕШІМІ БАР СИМПЛЕКС-ӘДІС
ҚОЛДАНЫЛДЫ
20 REM ШЕКТЕУЛЕР МЕН АЙНЫМАЛЫЛАР САНЫН ЕНДІРУ
30 READ M, N
40 M1=M+1
50 DIM A(M1,N), BS(M), NB(N),V(M1)
60 PRINT "СЫЗЫҚТЫҚ БАҒДАРЛАМАЛАУ"
100 REM ШЕКТЕУЛЕР МЕН МАҚСАТТЫ ФУНКЦИЯҒА
АРНАЛҒАН
105 REM КОЭФИЦИЕНТТЕРДІ БӨЛЕК ҚАТАРЛАРҒА
ЕНГІЗІҢІЗ
110 FOR I=1 TO M1: FOR J=1 TO N
120 READ A (I, J)
130 NEXT J: NEXT I
150 REM БАЗИСТІ АЙНЫМАЛЫЛАР МЕН МАҚСАТТЫ
ФУНКЦИЯНЫҢ
155 REM БАСТАПҚЫ МӨНДЕРІН A(I, 0) МАССИВИНЕ ЕНГІЗІҢІЗ
160 FOR I=1 TO M1: READ A (I, 0): NEXT I
200 REM БАЗИСТІ АЙНЫМАЛЫЛАРДЫ ЕНГІЗІҢІЗ; BS-БАЗИСТІ
205 REM АЙНЫМАЛЫНЫҢ І ШЕКТЕУІНДЕГІ БЕЛГІСІ
210 FOR I=1 TO M: READ BS (I): NEXT I
250 REM БАЗИСТІ ЕМЕС АЙНЫМАЛЫЛАРДЫ БЕЛГІЛЕП
ҚОЮ;ЕГЕР J-
255 REM БАЗИСТІ ЕМЕС АЙНЫМАЛЫ БОЛСА, ОНДА NB(J)=0
260 FOR I=1 TO M: NB(BS(I))=1: NEXT I
290 REM КЕСТЕНІ БАСПАҒА ШЫҒАРУ
```

```

300 PRINT "БАСТАПҚЫ КЕСТЕ": PRINT "ИТЕРАЦИЯ" К
310 GOSUB 3000:STOP
400 ZERO=1E-08
490 REM Z ҚАТАРЫНДАҒЫ ЕҢ КІШІ КОЭФФИЦИЕНТТІ
ТАБУ(ЯҒНИ,
495 REM M1 ҚАТАРЫН)
500 MIN=- ZERO:S=0:PV=0
510 FOR J=1 TO N
520 IF NB(J)=1 THEN GOTO 550
530 IF F(M1, J)>=MIN THEN GOTO 550
540 MIN=A(M1, J):S=J
550 NEXT J
560 REM ЕГЕР S=0 БОЛСА, ОНДА БАРЛЫҚ
КОЭФФИЦИЕНТТЕР ОҢ
565 REM ТАҢБАЛЫ ЖӘНЕ МИНИМУМ ТАБЫЛАДЫ
570 IF S=0 GOTO 2000
740 REM V1/A(IS) МИНИМУМ ШАРТЫ БОЙЫНША БАЗИСТЕН
745 REM ЖОЙЫЛАТЫН АЙНЫМАЛЫЛАР ҚАТАРЫН ТАБУ
КЕРЕК
750 MIN=1E20:R=0
760 FOR I=1 TO M
770 IF A(I, S)<=ZERO THEN GOTO 810
780 RT=A(I,0)/A(I, S)
790 IF RT>=MIN THEN GOTO 810
800 R=I: MIN=A(I= 0)/ A(I, S)
810 NEXT I
890 REM R=0, ШЕКТЕУЛЕРСІЗ ОРЫН АЛАДЫ
900 IF R=0 THEN GOTO 1800
910 ? "БАСҚАРУШЫ
ЭЛЕМЕНТ";R;"ҚАТАРЫНДАҒЫ";S;"БАҒАНДА"
920 PRINT ""
990 REM БАСҚАРУШЫ ҚАТАРДЫ БАСҚАРУШЫ ЭЛЕМЕНТКЕ
БӨЛУШІ
1000 PV=A(R, S)
1010 FOR J=0 TO N: A(R, J)=A(R,J)/PV:NEXT J
1040 REM БАСҚАРУШЫ БАҒАН ӨЗГЕРГЕНШЕ ОНЫ ЕСТЕ
1045 REM САҚТАЙ ОТЫРЫП, ЖАҢА КАНОНДЫҚ ФОРМАНЫ
ЕСЕПТЕУ

```



```

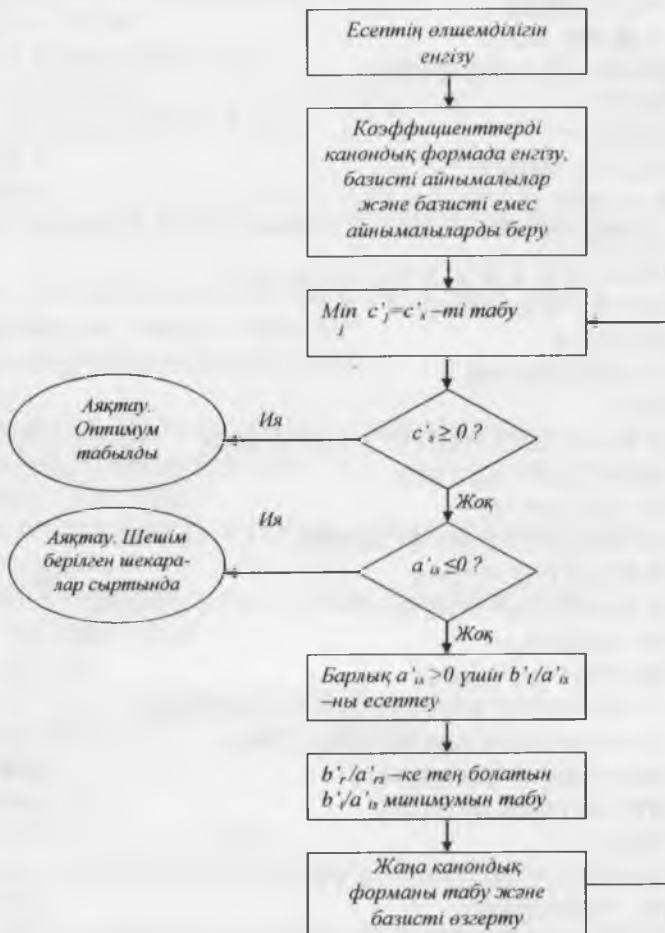
1050 FOR I=1 TO M1: V(I)=A(I, S): NEXT I
1070 FOR I=1 TO M1
1080 IF I=R THEN GOTO 1120
1090 FOR J=0 TO N
1100 A(I, J)=A(I, J)-V(I)*A(R, J)
1110 NEXT J
1120 NEXT I
1150 REM БАЗИСТІ ЖӘНЕ БАЗИСТІ ЕМЕС АЙЫМАЛЫЛАРДЫ
ҚАЙТА
1155 REM ТАҒАЙЫНДАУ ЖӘНЕ ҚАЙТА БЕЛГІЛЕУ
1160 NB(BS(R))=0: NB(S)=: BS(R)=S
1170 REM ИТЕРАЦИЯ ЕСЕПТЕУІШІ
1180 K=K+1
1190 REM ЖАҢА КЕСТЕНІ БАСПАҒА ШЫҒАРУ
1200 PRINT K; “-ШІ ИТЕРАЦИЯ”
1210 GOSUB 3000: STOP
1240 REM ИТЕРАЦИЯЛЫҚ ПРОЦЕДУРАНЫ ҚАЙТАЛАУ
1250 GOTO 500
1800 PRINT S;“АЙНЫМАЛЫСЫНЫҢ ШЕКТЕУІ ЖОҚ”
1810 GOSUB 3000: STOP
1820 GOTO 2500
2000 PRINT “НӘТИЖЕЛІК ШЕШІМ”
2010 PRINT “ШЕКТЕУ БАЗИС МӘН”
2020 PB=144
2030 FOR I=1 TO M
2040 PRINT “ ”;I; “ ”;BS(I);
2050 PA=A(I,0):GOSUB 9000:PRINT “ ”
2060 NEXT I
2090 PRINT “Z ФУНКЦИЯСЫНЫҢ МИНИМУМЫ”;-A(M1,0);“-ҒА
ТЕҢ”
2100 GOSUB 3000
2500 END
3000 PRINT “БАЗИС МӘН”;
3010 FOR J=1 TO N:PRINT “ X “J” ”;: NEXT J
3020 PRINT “”
3030 PB+= 122
3040 FOR I=1 TO M1
3050 IF I=M1 THEN PRINT “-Z” ;:GOTO 3080

```

```

3060 PRINT BS(I);
3080 FOR J=0 TO N
3090 PA=A (I,J):GOSUB 9000
3100 NEXT J
3110 PRINT ""
3120 NEXT I: PRINT ""
3200 RETURN
4000 DATA 2, 4
4010 DATA 3, 4, 1, 0, 2, 5, 0, 1, -2, -4, 0, 0
4020 DATA 1700, 1600, 0
4030 DATA 3,4
9000 PC=INT(PB/100)
9010 P$=""
9020 IF PC=0 THEN PRINT "": GOTO 9040
9030 PRINT LEFT $(P$.PC);
9040 PC=PB-100*PC
9050 PD=INT(PC/10):PC=PC-10*PD
9060 IF PD=0 THEN PD=1
9070 IF PA<0 THEN P$=P$+"-"
9080 PE=ABS(PA)
9090 PE=PE+5*10^(-1-PC)
9100 IF PE>=10^PD THEN PRINT PA::RETURN
9110 P$=P$+MID$(STR$(INT(PE)),2, PD)
9120 PRINT RIGHT$(P$,PD+1)
9130 IFPC=0 THEN RETURN
9140 PRINT " ";
9150 PE=INT((PE-INT(PE))*10^PC)
9160 P$="000000000"
9170 P$=P$+MID$(STR$(PE),2, PC)
9180 PRINT RIGHT$(P$,PC)::RETURN

```



Сурет 4.4-Симплекс әдістің орындалу блок-схемасы

Программаны орындау нәтижелері келесі суреттерде бейнеленген:

```

C:\DOCUME~1\074F~1\0016~1\6E05~1\qbasic\QBASIC.EXE
Биліктік программалау
Бастапқы кесте
Iteratsia 0
Basis      man      X 1      X 2      X 3      X 4
3          %1700.00    3.00    4.00    1.00    0.00
4          %1600.00    2.00    5.00    0.00    1.00
-Z         0.00     %2.00    %4.00    0.00    0.00

Baskarushi element 2 baganindagi 2 katarda tur
Iteratsia 1
Basis      man      X 1      X 2      X 3      X 4
3          %420.00    1.40    0.00    1.00    -0.80
2          %320.00    0.40    1.00    0.00    0.20
-Z         %1280.00   -0.40    0.00    0.00    0.80
    
```

Сурет 4.5-Симплекс әдіске құрылған программаның нәтижесі

```

C:\DOCUME~1\074F~1\0016~1\6E05~1\qbasic\QBASIC.EXE
Basis      man      X 1      X 2      X 3      X 4
3          %420.00    1.40    0.00    1.00    -0.80
2          %320.00    0.40    1.00    0.00    0.20
-Z         %1280.00   -0.40    0.00    0.00    0.80

Baskarushi element 1 baganindagi 1 katarda tur
Iteratsia 2
Basis      man      X 1      X 2      X 3      X 4
1          %300.00    1.00    0.00    0.71    -0.57
2          %200.00    0.00    1.00    -0.29    0.43
-Z         %1400.00    0.00    0.00    0.29    0.57

Natijelik sheshin
Shekteu    basis      man
1          1          300
2          2          200
Z functiasinin minimumi minagan ten:-1400
Basis      man      X 1      X 2      X 3      X 4
1          %300.00    1.00    0.00    0.71    -0.57
2          %200.00    0.00    1.00    -0.29    0.43
-Z         %1400.00    0.00    0.00    0.29    0.57

Press any key to continue
    
```

Сурет 4.6-Симплекс әдіске құрылған программаның нәтижесі

3-мысал.

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0;$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 9;$$

$$3x_1 + x_2 \leq 6,$$

шектеулерде $z = -6x_1 - 2x_2$ функциясының минимумын табу.

Жоғарыда 2-мысалда келтірілген программаның келесі қатарлары өзгереді:

```
4000 DATA 2, 4
4010 DATA 2, 4, 1, 0, 3, 1, 0, 1, -6, -2, 0, 0
4020 DATA 9, 6, 0
4030 DATA 3,4
```

```

3110 PRINT ""
3120 NEXT I: PRINT ""
3200 RETURN
4000 DATA 2, 4
4010 DATA 2, 4, 1, 0, 3, 1, 0, 1, -6, -2, 0, 0
4020 DATA 9, 6, 0
4030 DATA 3,4
9000 PC = INT(PB / 100)
9010 P$ = ""
9020 IF PC = 0 THEN PRINT "": GOTO 9040
9030 PRINT LEFT$(P$, PC);
9040 PC = PB - 100 * PC
9050 PD = INT(PC / 10): PC = PC - 10 * PD
9060 IF PD = 0 THEN PD = 1
9070 IF PA < 0 THEN P$ = P$ + "-"
9080 PE = ABS(PA)
9090 PE = PE + 5 * 10 ^ (-1 - PC)
9100 IF PE >= 10 ^ PD THEN PRINT PA: RETURN

```

Сурет 4.7-3- мысалдың кодындағы өзгеріс

Программаның орындалу нәтижесі келесі суреттерде келтірілген:

```

$iziktik programmalau
Bastapki keste
Iteratsia 0
Basis   man      X 1      X 2      X 3      X 4
3       9.00      2.00      4.00      1.00      0.00
4       6.00      3.00      1.00      0.00      1.00
-Z      0.00      x-6.00    x-2.00     0.00     0.00

Baskarushi element 1 baganindagi 2 katarda tur
Iteratsia 1
Basis   man      X 1      X 2      X 3      X 4
3       5.00      0.00      3.33      1.00     -67
1       2.00      1.00      0.33      0.00     0.33
-Z     x12.00     0.00     0.00     0.00     2.00

```

Сурет 4.8-Симплекс әдіске құрылған программаның нәтижесі

```

C:\DOCUME~1\074F~1\0016~1\6E05~1\qbasic\QBASIC.EXE
Basic      man      X 1      X 2      X 3      X 4
3          9.00     2.00     4.00     1.00     0.00
4          6.00     3.00     1.00     0.00     1.00
-Z         0.00     %6.00     %2.00     0.00     0.00

Baskarushi element 1 baganindagi 2 katarda tur

Iteratsia 1
Basic      man      X 1      X 2      X 3      X 4
3          5.00     0.00     3.33     1.00     -0.67
1          2.00     1.00     0.33     0.00     0.33
-Z         %12.00     0.00     0.00     0.00     2.00

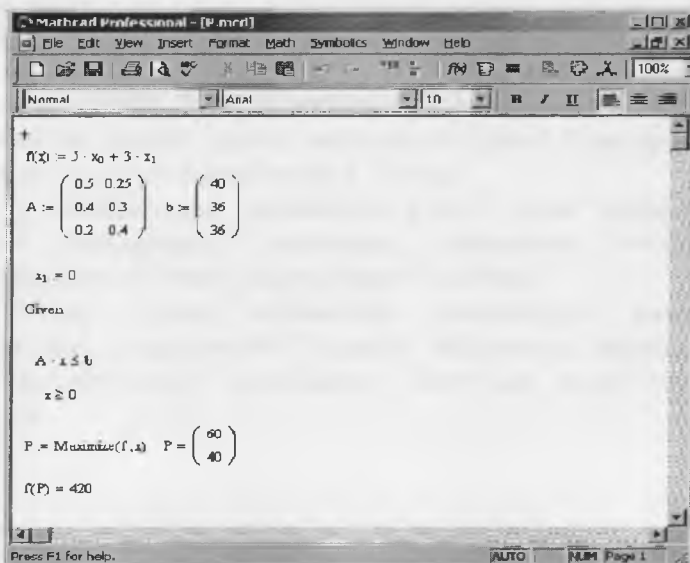
Natijelik sheshim
@hektau   bazis   man
1         3       5
2         1       2

Z functiasinin minimumi minagan ten:-12
Basic      man      X 1      X 2      X 3      X 4
3          5.00     0.00     3.33     1.00     -0.67
1          2.00     1.00     0.33     0.00     0.33
-Z         %12.00     0.00     0.00     0.00     2.00

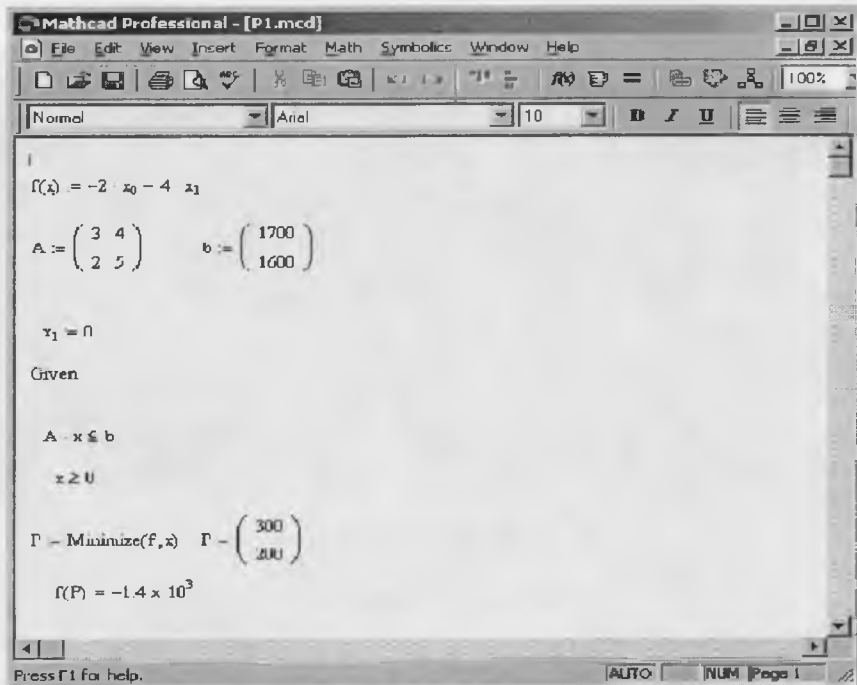
Press any key to continue
    
```

Сурет 4.9-Симплекс әдіске құрылған программаның нәтижесі

Mathcad ортасында шешу



Сурет 4.10-1-мысалдың Mathcad-та шешілуі



Сурет 4.11- 2-мысалдың Mathcad-та шешілуі

ҚОРЫТЫНДЫ

Оқу құралы қойылған мақсаттар мен міндеттерге байланысты төмендегідей нәтижелерге қол жеткізді:

- болашақ информатика мамандарына информатика курстар жүйесін оқыту практикасы мен теориясын жан-жақты талдау негізінде студенттерді модельдеуге оқытудың рөлі мен орны анықталып, мақсат, міндеттері нақтыланды;

- педагогикалық-психологиялық және техникалық әдебиеттерді, кәсіби құзырлылықты қалыптастыру бойынша еңбектерді зерттеу және талдау негізінде болашақ информатика мамандарының модельдеу бойынша құзырлылықтары анықталды;

- болашақ информатика мамандарына информатика курстары жүйесінде модельдеуге құзырлылық тұрғыда оқытудың құрылымы мен мазмұны анықталды;

- модельдеуге оқыту құралдары жүйеленіп, Mathcad компьютерлік математика жүйесі, Qbasic, Turbo pascal бағдарламалау тілдері сияқты оқытудың ақпараттық құралдары қолданылды;

- Mathcad ортасында құрылған бағдарлама пайдалануға қолайлы, әрі ықшам, бірақ экранға тек соңғы нәтижені шығарады, аралық нәтижелерді көре алмаймыз. Бағдарламалау тілдерінде құрылған бағдарлама көлемі жағынан өте үлкен, бірақ әр қадамда аралық нәтижелерді көрін отыруға болады.

- компьютерлік математика жүйесін және бағдарламалау тілдерін пайдаланып, механика, экономика салаларында модельдеуді оқыту нақты мысалдарда көрсетілді.

- оқу құралы нәтижесінде компьютерлік математика жүйесін мен бағдарламалау тілдерін пайдаланып, компьютерлік және математикалық модельдеуді оқытудың жаңа әдістемесі жасалады.

ҚОЛДАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР

- 1 С.Бешенков, Е.Ракитина. Моделирование и формализация. Методическое пособие. М.:ЛБЗ, 2002. -336 с.
- 2 Дьяконов В. П. Энциклопедия MathCAD 2001i и MathCAD 11. – М.: Солон Пресс, 2004. -831с.
- 3 Кирьянов Д. MathCAD 12. – Санк Петербург: БХВ – Петербург, 2005. – 557 с.
- 4 Дьяконов В. Компьютерная математика. Теория и практика. М: Горячая линия - Телеком, 2001.- 115с.
- 5 О. Камардинов. Паскаль тілінде программалау. Алматы, 1994.- 43с.
- 6 16 Фаронов В. В. Turbo Pascal 7.0. Начальный курс. Учебное пособие. – М.: Нолидж, 2001. – 576 с.
- 7 Гульд Х., Тобочник Я. Компьютерное моделирование в физике. В 2-х частях, -М.:Мир, 1990.
- 8 Косов В.Н., Красиков С.А. Компьютерное моделирование на уроках физики. – Алматы, 2001.
- 9 Жолдасбеков Ө. А., Сагитов М.Н. Теориялық механика. Алматы. 2003.
- 10Цивильский В.Л. Теоретическая механика: Учебник для втузов.- М.:Высшая школа,2001.-318 с.
- 11 Кузнецов Ю.Н., Кузубов В.И., Волощенко А.Б. Математическое программирование. -М.: Высшая школа, 1980.-300с.
- 12Кобелев Н.Б. Практика применения экономико-математических методов и моделей. -М.: ЗАО «Финстатинформ», 2000.- 246с.
- 13Математическое моделирование экономических процессов./Под ред, Е.Г. Белоусов, Ю.Н. Черемных, Х.Керта, К. Отто. -М.: Из-во МГУ, 1990.- 232с.
- 14Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и её приложения в экономическом образовании. -М.: Из-во Дело, 2001.- 688с.
- 15Экономико- математические методы и прикладные модели/Под ред. В.В. Федосеева. -М.: ЮНИТИ, 2000.- 391с.
- 16Ставнистый Н.Н. QBASIC в математике. Решение задач с помощью компьютера. Ч1. – М.: СОЛОН-Р, 2001. – 143 с.

МАЗМҰНЫ

КІРІСПЕ	3
1 МОДЕЛЬДЕУДІ ОҚЫТУДЫҢ ТЕОРИЯЛЫҚ АСПЕКТІЛЕРІ	5
1.1 Модельдер түсінігі, түрлері және оларды жасау кезеңдері	5
1.2 Модельдеуді оқытудың педагогикалық-психологиялық негіздері	9
1.3 Модельдер құрудың жалпы принциптері	16
2 MATHCAD КОМПЬЮТЕРЛІК МАТЕМАТИКА ЖҮЙЕСІНІҢ ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ	39
2.1 Mathcad ортасының мүмкіншіліктері	39
2.2 Mathcad ортасындағы график түрлері және графиктер салу.	52
2.3 Турбо Паскаль тілінің ерекшеліктері	68
3 МЕХАНИКА ЕСЕПТЕРІН МОДЕЛЬДЕУ ЖӘНЕ ОЛАРДЫ MATHCAD ОРТАСЫ МЕН БАҒДАРЛАМАЛАУ ТІЛДЕРІН ҚОЛДАНЫП ШЕШУ	76
3.1 Математикалық маятник тербелісін модельдеу және Mathcad ортасында шешу	76
3.2 Материалдық нүктенің екі өлшемді қозғалысын модельдеу және бағдарламалау тілін қолданып шешу	79
3.3 Дененің еркін түсуін модельдеу және шешу	83
4 ТИІМДІЛІК ЕСЕПТЕРІН МОДЕЛЬДЕУ ЖӘНЕ ШЕШУ	91
4.1 Тиімділік есептерінің теориялық қойылуы	91
4.2 Сызықтық программалаудың жалпы есебі және оны графиктік әдіспен шешу	95
4.3 Тиімділік есептерін шешудің Симплекс әдісі	102
4.4 Тиімділік есептерін программалау тілін және Mathcad ортасын пайдаланып шешу	109
ҚОРЫТЫНДЫ	119
ҚОЛДАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР	120

Нысанов Е.А., Джолдасова М.С., Жумашова Т.У.

КОМПЬЮТЕРЛІК ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕУ

Оқу құралы

Пішімі 60x100 1/16
Тығыздығы 80 гр./м². Қағаздың ақтығы 95%.
Қағазы офсеттік. РИЗО басылымы.
Көлемі: 124 бет. Шартты баспа табағы 12.5.



«CyberSmith» баспасында басылымға
дайындалды және басып шығарылды
ҚР, Алматы, Толе би к., 292.
тел.: 8 (727) 233 83 89, 233 83 43,
233 80 45, 233 80 42
e-mail: cybersmith@mail.ru
